DE MOTU NATURALI GRAUIUM SOLIDORUM IOANNIS BAPTISTAE BALIANI PATRITIJ...

Giovanni Battista Baliani

Digitized by Google

cundum grauitatum proportionem; Proceſſi vlterius, & periculum feci, num fortè iuxta eorum ſententiã contingeret, ſi corpora dimiſſa, eiuſdem ferè eſſent molis, ſed longè diuerſi ponderis, puta vnum plumbeum, cereum alterum; & expertus ſum in cereo aliquam longiorem moram in deſcenſu, attamen longe infra proportionem grauitatum, globus quippe ille cereus, in data diſtantia quinquaginta pedum deſcenſus, vno circiter pede diſtabat à ſolo, quando plumbeus tangebat ſubiectum planum, obiecto aere intermedio ni fallor, ſenſibiliter reſiſtente, & impediente motum. Inſtiti adhuc, & globos in grauitate, & in materia inæquales appẽdi funiculis æqualibus & agitatos animaduerti moueri tempore æquali, & hoc ſeruare adeo fideliter, vt globus plũbeus duarum vnciarum, alter librarum duarum, ferreus librarum 34. & lapideus quadraginta circiter, nec non, & lapis informis, quorum funiculi comprehenſis ipſorum ſemidiametris ęquales eſſent, vno, & eodem temporis ſpatio mouerentur, & vibrationes eaſdem numero darent hinc inde, ſiue motus vnius globi fieret per æquale ſpatium, ſiue per inæquale, ita vt qui maiori impetu iactabatur, & ſic maius ſpatium percurrebat, illud tanto velocius pertranſiret. In quibus peragendis illud præter expectationem ſeſe mihi obtulit, quod quotieſcunque globi penderent ex funiculis inæqualibus, ita inæquali motu ferebantur, vt longitudines funiculorum, durationibus motuum, in duplicata ratione reſponderent.

Porrò cum ex præmiſſis ſatis ſuperque liqueret, in naturali motu grauium, proportionem grauitatum communiter creditam, non ſeruari; in eam deſcendi ſententiam, vt arbitrarer fortaſſe, grauitatem ſe habere vt agens, materiam verò, ſeu mauis materiale corpus, vt paſſum, & proinde grauia moueri iuxta proportionem grauitatis ad materiam, & vbi ſine impedimento naturaliter perpendiculari motu ferantur, moueri æqualiter, quia vbi plus eſt grauitatis, plus pariter ſit materiæ, ſeu materialis quantitatis; Si verò accedat aliquid reſiſtentiæ, regulari motum ſecundũ exceſſum virtutis agen-

tis

tis ſupra reſiſtentiam paſſi, ſeu impedientia motum; qui exceſſus momentum noncupabitur, & quod communiter grauitati attributum fuit, momento attribui debere, nimirum vt ſit momentum ad momentum, vt velocitas ad velocitatem; Et hinc fieri poſſe, vt cognoſcamus qua menſura, ſeu proportione corpora grauia naturali motu ferantur ſuper ſubiectis planis, ſi ſuper eis quomodolibet inclinatis, ipſorum grauium momenta vbique innoteſcant, quæ maiora, aut minora videntur cenſenda, ſecundum quod magis, aut minus ſuper plano quieſcunt, & ſic ſecundum maiorem, aut minorem inclinationem plani reſiſtentis; quod demum tali proportione facile fieri mihi exiſtimandum videtur, iuxta quã reciprocè momentis proportionantur lineæ dictorum planorum, ſi ambæ ductæ ſint ab eodem puncto ad idem planum orizontale; de quo Simon Steuinus l. p. de Statica prop. 19. & acutiſſimè Galileus in Mechanica manuſcripta, vbi de Cochlea, & ego aliquali experientia compertum habui. Cæterum ſi per experientiam Scientia hominibus efficitur, prædicta de quibus ſæpius repetitis actibus expertus fui, vt principia ſcientiæ habenda fore cenſui; in quibus occultæ concluſiones delitescant, demonſtrationibus duntaxat aperiendæ. Rimari cæpi; an deprehenderim aliorum erit iudicium. Subiecta paucula, quæ preſens aliquod otium expedire permiſit, de motu naturali ſolidorum grauium, Amice lector tibi exhibeo, mox de liquidorum, & deinceps alia plura iam parata daturus, ſi hęc placuerint. Placuit ſanè mihi, vel paucula tibi dare, qui te eius ingenij eſſe confidam, vt non verba, ſed res, eaſque non mole, ſed pondere cenſeas, felicior ſi de eorum genere exiſtimaueris, quæ non mole magna ſunt; quod ſi talia non fuerint, quo minora minus defatigabunt, ſui exilitate auctoris partus proprios omnino eſſe probatura. Idioma latinum elegi vt communius. Præmiſi aliqua naturalia principia, ſine quibus naturales concluſiones aliunde duci poſſe non video. Quæ ex prædictis experimentis innotuerunt, ſuppoſitiones appellare, & à reliquis petitionibus ſecernere libuit. Petitiones illas, quibus quid fieri petimus, con-

ſtru-

ſtructioni deſeruientes, tanquam factu, & cognitu faciles, & proinde ſuperuacaneas, prudens prætermiſi; ratus ſiquidem nil inde incredulitatis, aut difficultatis deriuaturum. Septimum poſtulatum ea ratione ſegregaui, quod illud aliquo pacto à 22. prop. pendeat, & quod in illo etiamſi veritas non deficiat, euidentiam tamen vt in cæteris non agnoſcens, certis dubia quo quo pacto permiſcere noluerim; Vt proinde plura eorum, quæ ex illo deducta ſunt, & diuerſa Methodo & attingendo potius, quam demonſtrando ſubiunxerim.

Si quæ demum minus probata, ſeu explicata, aut quo quo pacto imperfecta reperies, velim te tribuere cuidam naturali meæ propenſioni, ad noua potius, qualiacumque ea ſint, inuenienda, quam inuenta perficienda.

Vale.

DEFINITIONES.

PEndulum dicimus Pondus filo appenſum.

Pendula dicuntur æqualia, ſeu æquipendula, ſiue inæqualia, quæ, & longiora, aut breuiora, quatenus fila, e quibus dependent, ſunt æqualia, longiora, aut breuiora.

Vibrationes pendulorum ſunt eorum motus hinc inde

Vibrationes æquales dicimus, quæ fiunt per ſpatia æqualia, & e contra inæquales.

Vibrationes æque celeres ſi fiant per ſpatia æqualia tempore æquali.

Vibrationis diuturnitatē dicimus ipſius Durationem, tempus nimirum, quò ipſa vibratio perficitur.

Vibrationes æquediuturnæ, ſunt, quæ fiunt tempore æquali, etiamſi per ſparia inæqualia, inde diuturnior eſt, quæ longiori perficitur tempore.

Vibrationes integras dicimus eas, quæ ſe extendunt per integrum ſemicirculum, ſe hinc inde mouentes per circuli quadrantem.

Vibrationis portio eſt pars arcus, quem ipſa vibratio diſignant.

Vibrationum ſimiles portiones ſunt arcus ipſarum intercepti inter binas lineas ductas à centro, à quo concipiuntur pendula pendere.

Vibrationis portionem priorem decimus eam minimam portionem, a quā integra vibratio initiū habet.

Momentum eſt exceſſus virtutis mouentis ſupra motus impedimenta.

SVPPOSITIONES.

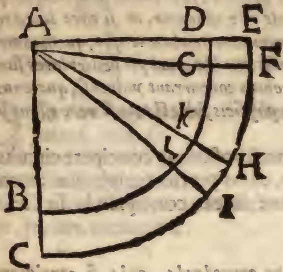
PRIMA. Solidorum æquipendulorum cuiuſcumque grauitatis vibrationes æquales ſunt ęquediuturnæ.

2 Equipendulorum eorumdem vibrationes ſunt æquediuturnæ, etiamſi inæquales.

3 Pendulorum inæqualium longitudines ſunt in duplicata ratione diuturnitatum vibrationum, ſeu vt quadrata vibrationum.

4 Momentum grauis ſuper plano inclinato eſt ad ipſius grauitatem, vt perpendicularis ad inclinatam, ſi ab eodem puncto ducta ſint ad idem planum orizontale dicta perpendicularis, & dictum planum inclinatum, & proinde tali caſu proportio grauitatis ad momentum eſt reciproca proportioni linearum ſuper quibus graue mouetur.

Pr. Pendulorum inæqualium portiones ſimiles vibrationum ſunt inter ſe quoad diuturnitatem, vt vibrationes integræ.



Sint pendula A B, A C dependentia à puncto A, & eleuentur ad libellam orizontis puncti A, in E, D, deſcribentia arcus B D, C E, integrarum vibrationum, & in arcubus B D, C E ſumantur portiones ſimiles E F, D G, ſeu H I, K L ductis E A, F A, ſeu H A, I A. Peto mihi concedi, eſſe pendulorum diuturnitates in arcubus E C, D B, vt in portionibus E F, D G, nec non H I, K L; & ita deinceps.

2. Vt eſt momentum ad momentum ſolidi grauis, ita velocitas ad velocitatem.

Huiuſmodi paſſio communiter attribui ſolet grauitati ſimpliciter, quod cum nimis clare experientijs ſupra expoſitis nullo pacto congruere poſſit, momentis attribuenda eſſe viſa eſt, vt in præfatione explicatum fuit.

3. Portiones minimæ peripheriæ Circuli concipiendæ ſunt, ac ſi eſſent lineæ rectæ.

Quæcunque arcus portio eſt circularis, attamen ſi eſt minima portio, tam parum aberrat a linea recta, vt non modo quoad ſenſum, ſed quoad quaſcunque phyſicas paſſiones, perinde eſſe videtur, ac ſi eſſet linea recta, idcirco vt petitionem admitendam cenſeo, quemadmodum in mechanicis admittitur illa, quod perpēdiculares ſunt parallelæ, etiāſi in centro concurrant vniuerſi, quatenus eiſdem ſunt paſſionibus phyſicis ſubiectæ, ac ſi vere eſſent parallelę

4. Data recta lineæ, poſſumus concipere circulum talis magnitudinis, cuius portio peripheriæ æqualis quo ad ſenſum datæ lineæ, concipienda ſit, ac ſi eſſet linea recta.

Hęc petitio videtur concedenda, quia ſi concipiamus circulum, eiuſque portionem minimam, vt in præcedenti, ſi fiat vt huiuſmodi portio ad datam lineam, ita circulus ad alium, portio huius, datæ lineæ æqualis erit, & ſimilis omnino prædictæ minimæ portioni, & proinde pariter concipienda vt linea recta.

5. Solida perpendiculari libero motu æque velociter feruntur, & in tali proportione, ac ſi eſſent pendula, & mouerentur in priori portione vibrationum.

Quoniam prior portio non differt ſenſibiliter a recta, vt in tertia petitione, nec etiamſi ſit maior vt in quarta, iiſdem phyſicis paſſionibus ſubijcitur, & exinde motibus ęqualibus

6. Solida naturaliter mota ſuper plano inclinato æque velociter mouentur ac ſi eſſent pendula, & mouerentur in tali portione vibrationum, quæ quoad ſenſum

eſſet æqualis, & paralella lineæ dicti plani ſuper qua dicta ſolida mouerentur.

Non differt a præcedente, niſi quod in illa motus eſt perpendicularis, in hac inclinatus, in reliquis eſt par ratio.

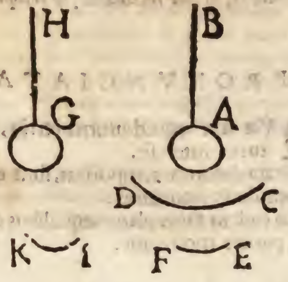
PRONVNCIATA.

P. QVæ ſunt æquidiuturna tertio, ſunt æquidiuturna inter ſe.

2. Quadrata datorum temporum, ſunt etiam quadrata aliorum datis æqualium.

3. Grauia eadem ſuper planis æqualibus & pariter inclinatis, pariter mouentur.

Solidi penduli naturaliter moti vibrationes quantumuis ſemper minores, ſunt æquidiuturnæ.



Sit ſolidum A pendulum debite applicatum filo B A, quod ab altera parte eleuatum naturaliter, poſtea faciat hinc inde vibrationes sẽper minores, itaut prior vibratio ſit V.G. per ſpatiũ C D maius, poſterior vero per ſpatiũ E F minus.

Dico quod dictæ vibrationes erunt æquidiuturnę, itaut vibratio per ſpatium C D ſit eiuſdem durationis, ac vibratio per ſpatium E F.

Sit aliud ſolidum G. æquipendulum ſolido A, debite applicatum filo H G, quod eleuetur ab vna parte eodem tempore minus quam ſolidũ A, itaut ſint minores vibrationes ſolidi G, quam ſolidi A, vt ſit motus penduli G in initio per ſpatium I K æquale ſpatio E F.

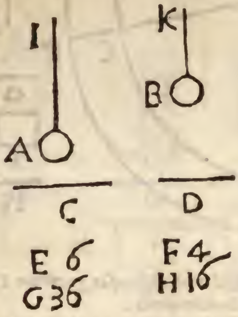
a Per primam ſuppoſitioně.
b Per ſecũdam ſuppoſitioně.
c Per pr. pion

Quoniam ſpatia E F, & I k ſunt æqualia ex ſuppoſitione, ſunt etiam vibrationes E F, & I K æquidiuturnæ a, ſed I K, & C D ſunt pariter æquidiuturnæ b, ergo E F, & C D ſunt etiam æquediuturnæ c, Quod fuit probandum.

Pen-

PROPOSITIO II. PROBLEMA PRIMVM.

PEndula conſtituere, quorum diuturnitates vibrationum ſint in data ratione.



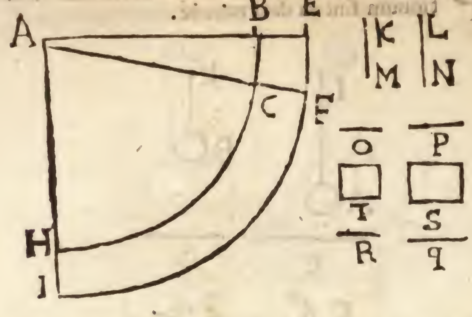
DAta ſit proportio diuturnitatum vibrationum, quam volumus eſſe inter ſolida A, B; & ſit ea, quæ eſt inter C & D; quæ eſt continuo eadem, [a], a Per pr. huius.

Venanda eſt longitudo filorum, quibus applicata dicta ſolida producant vibrationes quæſitas.

Sint E F numeri menſurantes proportionem, quæ eſt inter C & D, quorum quadrati numeri G & H, Fila I A, k B fiant inter ſe vt G, ad H, & erunt fila quæſita, quibus ſi applicentur ſolida A, B, producentur diuturnitates vibrationum quæſitæ.

Quoniam ita eſt I A, ad k B, vt quadratum G numeri metientis C, ad quadratum H numeri metientis D, erunt C, & D diuturnitates vibrationum pendulorum A, & B [b]; *& proinde in ratione data. Quod faciendum fuit,* b Per 3. ſuppo.

Lineæ



SInt L N, k M Lineæ deſcenſus grauium L, k, & ſint T O ipſorum diuturnitates.

Dico L N, K M eſſe in duplicata ratione ipſarum T, O.

Sint pendula A H, A I, dependentia a puncto A, & eleuentur ad libellam ipſius A vſque ad E, B, quæ in eleuatione producant arcus H B, I E, & ſint talis longitudinis, vt ducta A C F ſecet arcus B C, & E F, portionis minimæ, æquales quo ad ſenſum lineis L N, K M, & ſit S, quadratum diuturnitatis T, & T quadratum O, & Q, R, diuturnitates vibrationum B C, & E F.

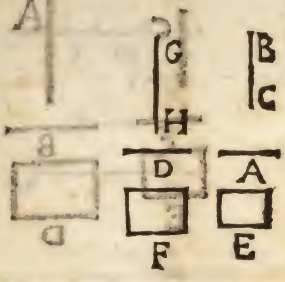
a Per 5. pet.
b Per 2 pron.
c Per 3. ſuppoſit.
d Per 5. petit.
e Per 3. petit.
f Per 1. pron.

Quoniam diuturnitates Q, R, ſunt æquales diuturnitatibus T, O [a]; *S, T, ſunt etiam quadrata ipſarũ Q, R* [b], *& quia vibrationes integræ pendulorum A H, A I ſunt vt quadratum T ad quadratum S* [c], *portiones B C, E F, ſunt pariter inter ſe vt quadratum T ad quadratum S* [d], *ſed B C, & E F ſunt æquales lineis K M, L N* [e], *ergo etiam K M, L N ſunt vt quadrata S, T* [f], *& proinde in duplicata ratione ipſarum T, O, temporum ſeu diuturnitatum earumdem. Quod, &c.*

Data

PROPOSITIO QVARTA PROBL. II.

Data diuturnitate grauis deſcendentis a data altitudine, conſtituere altitudinem, a qua idem graue cadat in data alia diuturnitate.



SIt A diuturnitas grauis B, dum cadit in C, & data ſit diuturnitas quæcumque D.

Conſtituenda eſt alia altitudo, a qua graue deſcendat iuxta diuturnitatem D.

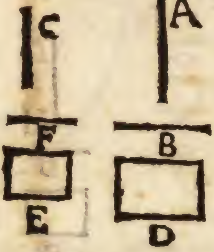
Fiant E, & F quadrata temporum A, D, & vt F ad E, fiat altitudo G H, ad altitudinem datam B C; Dico G H eſſe altitudinem quæſitam.

Quoniam B C, & G H ſunt in duplicata ratione datarum diuturnitatum A, D, per conſtructionem; per ipſas grauia B, & G cadent in diuturnitatibus A, & D datis [a], *vnde reperta eſt altitudo G H quæſita. Quod fuit faciendum.* a Per 3. huius.

Data

PROPOSITIO V. PROBL. III.

Data altitudine, a qua deſcendat graue in nota diuturnitate; perquirere quanta ſit diuturnitas, qua deſcendat ab alia altitudine data.



Sit A altitudo per quam deſcendat graue diuturnitate B nota, & data ſit alia altitudo C.

Oportet reperire quanta ſit diuturnitas, qua idem graue deſcendat per C.

Fiat D quadratum diuturnitatis B, & fiat vt A ad C, ita quadratum D ad quadratum E, cuius radix F eſt diuturnitas quæſita.

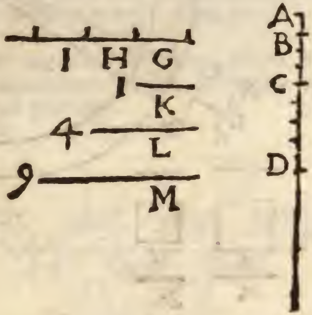
Quoniam A, & C ſunt in duplicata ratione diuturnitatum B, & F per conſtructionem, per ipſas grauia deſcendent in diuturnitatibus B, F [a], vnde F eſt diuturnitas ipſius C quæſita. Quod faciendum fuit.

a Per 3. huius.

Grauia

PROPOSITIO VI.

Grauia naturali motu deſcendunt ſemper velocius ea ratione, vt temporibus æqualibus deſcendant per ſpatia ſemper maiora, iuxta proportionem quam habent impares numeri ab vnitate inter ſe.



Sit graue A quod deſcendat per lineam A B C, & tempus quo deſcendit ab A in B ſit æquale tempori, quo deſcendit a B in C, & a C in D.

Dico quod lineæ A B, B C, C D ſunt interſe vt 1. 3. 5. & ſic deinceps.

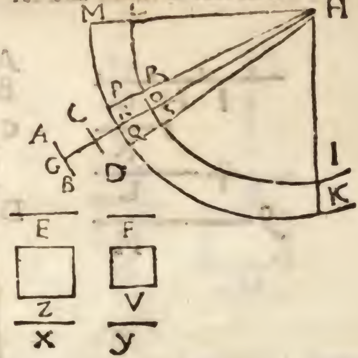
Sit G numerus menſurans tempus, quo A deſcendit in B, & H, quo deſcendit a B in C, & I, quo deſcendit a C in D, quæ tempora ſunt ex ſuppoſitione æqualia, & ſit K quadratum ipſius G, & L quadratum G H, & M quadratum totius G H I.

Quoniam quadrata K, L, M ſunt vt A B, A C, A D a, quæ quadrata ſunt vt 1, 4, 9, ſunt itidem A B, A C, A D, vt 1. 4. 9. & diuidendo A B, B C, C D, vt 1. 3. 5. & ſic deinceps. Quod probandum fuit.

a Per 3. huius.

PROPOSITIO VII.

Lineæ deſcenſus grauium ſuper plano inclinato motorum, ſunt in duplicata ratione diuturnitatum.



SInt *AB, CD plana pariter inclinata, ſuper quibus moueantur grauia A, C, & ſint EF ipſorum diuturnitates. Dico AB, CD eſſe in duplicata ratione ipſarum E, F. Secetur AB bifariam in G, & erecta GH, perpendiculari longiſſima, fiant pendula HI, Hk, quæ ſint inter ſe vt AB, CD, & eleuentur in L, M, deſcribentia arcus LI, kM, ſecantes GH in N, O, & ab N hinc inde ſecentur arcus NP, NQ æquales quo ad ſenſũ rectis GA, GB, & ductis PH, QH, ſecetur pariter arcus LI, in R, S, & intelligantur arcus PQ. RS, tam paruæ curuitatis, ob maximam longitudinem pendulorum HI, Hk, vt pro rectis habeantur, puta portionis minimæ, & proinde æquales rectis AB, CD: ſit Z quadratum diuturnitatis E, & V, diuturnitatis F, & ſint XY diuturtates vibrationum PQ, RS.*

Quoniam

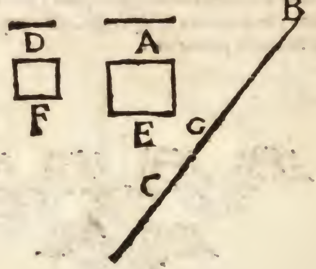
Quoniam diuturnitates X, T, ſunt æquales diuturnitatibus E, F, [a] *ſunt etiam Z, V, quadrata ipſarum X, Y* [b]; *& quia vibrationes integræ pendulorum H I, H K ſunt inter ſe, vt quadratum V, ad quadratum Z* [c], *portiones R S, P Q erunt etiam inter ſe vt quadratum V ad quadratum Z* [d]; *ſed R S, P Q æquantur rectis C D, A B,* [e], *ergo, & C D, A B ſunt vt quadratum V. ad quadratum Z* [f], *& proinde, in duplicata ratione ipſarum E F. Quod, &c.*

a Per 6. petit.
b Per 2. pron.
c Per 3. huius.
d Per pr. pet.
e Per 5. petit.
f Per 2. pron:

Corolarium.

Hinc patet eſſe longitudines planorum, per quæ grauia feruntur, vt quadrata temporum, & tempora vt radices longitudinum planorum.

Dato plano inclinato, ſuper quo per ſpatium datum graue moueatur in nota diuturnitate; determinare in eodem plano ſpatium, per quod dictum graue moueatur in quauis alia diuturnitate data.



Sit A diuturnitas grauis B, dum deſcendit in C ſuper plano inclinato B C, & data diuturnitas D.

Præſcribendum eſt aliud ſpatium in eodem plano B C, per quod idem graue pertranſeat in diuturnitate D.

Fiant E, F, quadrata temporum A, D, & ut F ad E fiat B G ad B C, Dico B G eſſe ſpatium quæſitum.

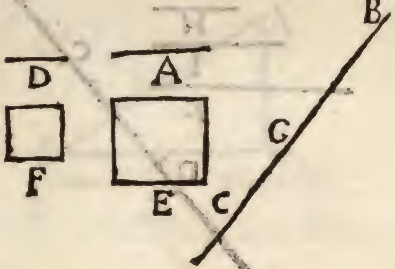
Quoniam B C, & B G ſunt in duplicata ratione datorum temporum A, D per conſtructionem, per ipſa cadet graue B diuturnitatibus A, D Datis [a]*; ergo reperta eſt B G quæſita. Quod faciendum erat.*

[a] Per 6. huius

Dato

PROPOSITIO IX. PROBL. V.

Dato plano inclinato, ſuper quo per ſpatium datum graue moueatur nota diuturnitate; & dato alio ſpatio quocumque; reperire diuturnitatem, qua graue per ipſum deſcendat.



Sit A diuturnitas grauis B, dum deſcendit in C ſuper plano inclinato B C, & dato alio ſpatio B G.

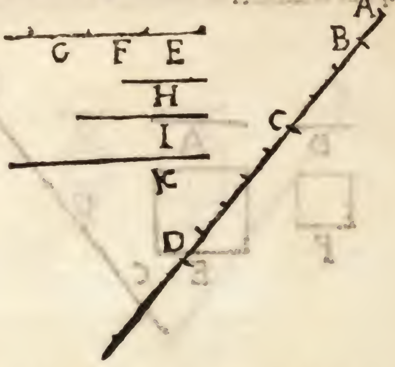
Querendum quanta ſit diuturnitas grauis in B G.

Fiat E quadratum diuturnitatis A, & vt B C ad B G fiat vt quadratum E ad quadratum F, cuius radix D erit diuturnitas ipſius B G quaſita.

Quoniam B C, & B G ſunt in duplicata ratione diuturnitatum A, D per conſtructionem; per ipſa cadunt grauia diuturnitatibus A, D [a], *vnde D eſt diuturnitas per ſpatium B G quaſita. Quod faciendum erat.*

a Per 7. huius.

Grauia deſcendunt ſuper palnis inclinatis per ſpatia ſemper maiora, iuxta rationem, quam habent impares numeri ſucceſſiuè inter ſe.



SIt graue A, quod deſcendat ſuper plano A B C inclinato, & tempus quo deſcendit ab A in B ſit æquale tempori, quo deſcendit a B in C, & a C in D.

Dico quod lineæ A B, B C, C D ſunt inter ſe vt 1. 3. 5. & ſic deinceps.

Sit E numerus menſurans tempus, quo A deſcendit in B, & F quo deſcendit a B in C, & G quo deſcendit a C in D, quæ tempora ſunt ex ſuppoſitione æqualia, & ſit H quadratũ ipſius E, & I quadratum E F, & K quadratum totius E F G.

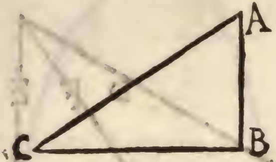
Quoniam quadrata H I K ſunt vt A B, A C, A D a, *quæ quadrata ſunt vt 1. 4. 9. ſunt pariter A B, A C, A D, vt 1. 4. 9. & diuidendo A B, B C, C D, ſunt vt 1. 3. 5. & ſic deinceps. Quod probandum erat.*

a Per 7. huius.

Si

PROPOSITIO XI.

Si Duo grauia deſcendant alterum ſuper linea perpendiculari, alterum vero ſuper inclinata; proportio velocitatum eſt reciproca proportioni linearum.



Sit A B C planum normaliter erectum ſuper lineam orizontalem B C, cuius latus A B ſit perpendiculare, & A C, inclinatum.

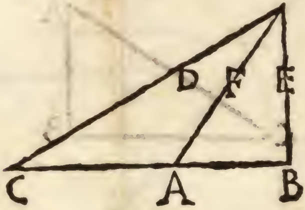
Dico quod proportio velocitatum ſolidorum grauium motorum ſecundum lineam A B perpendicularem, & A C inclinatam, eſt vt proportio longitudinis inclinatæ A C ad longitudinem perpendicularis A B; videlicet ita eſt longitudo A B ad longitudinem A C, vt velocitas ſuper A C ad velocitatem in A B.

Quoniam eſt vt A C ad A B, ita momentum in A B, ad momentum in A C [a]*; & vt momentum in A B ad momentum in A C, ita velocitas in A B ad velocitatem in A C* [b]*; ergo eſt etiã vt A C ad A B, ita velocitas in A B ad velocitatem in A C. Quod fuit probandum.*

a Per 4. ſupp.
a Per 2. pet.

Grauia

Grauia deſcendunt ſuper plana diuerſe inclinata tali proportione, vt ſit velocitas ad velocitatem reciproca longitudinibus planorum ductorum ab eodem puncto, ad idem planum Orizontale.



Sint F, D, plana inclinata ducta ad idem planum orizontale.

Dico eſſe vt planum D ad planum F, ita velocitatem grauis ducti ſuper F, ad velocitatem eiuſdem ducti ſuper D.

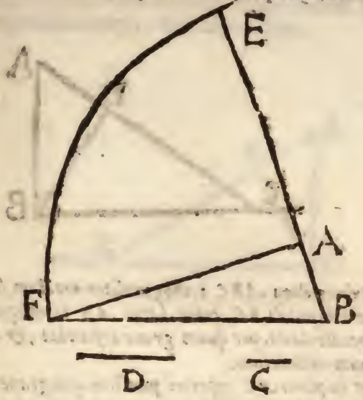
Ducatur perpendicularis E, & ſint B, A, C, velocitates grauium latorum ſuper perpendiculari, & ſuper planis F, D. Quoniam eſt A ad B, vt E ad F; item, & B ad C, vt D, ad E [a], erit A ad C vt D ad F [b], ſcilicet velocitas grauis ſuper F ad velocitatem grauis ſuper D, vt longitudo plani D ad longitudinem plani F. Quod fuit probandum.

a Per 11. huius.
b Per 23. Quinti.

Reperire

13

Reperirere inclinationem plani, ſuper quo graue mo- ueatur tali velocitate quæ cum alia ſuper diuerſa in- clinatione ſit in ratione data.



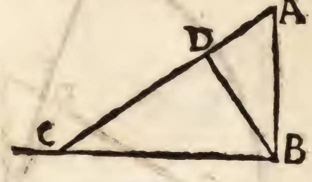
Moueatur graue A *ſuper recta* A B, *ſeu perpendicula- ri, ſeu inclinata, & data ſit proportio C ad D.*

Oportet reperire aliud planum inclinatum, ita vt velocitas grauis moti ſuper A B *ad velocitatem alterius moti ſu- per illo reperiendo, ſit vt D ad C.*

Producatur B A; *& fiat vt C ad D ita* B A, *ad* A E; *& centro* A, *interuallo* A E *deſcribatur circulus, ſecans B F in F; ni ſecet, problema inſolubile eſt: ſi ſecat, ducatur* A F, *quam dico eſſe planum quæſitum.*

Quoniam vt C ad D, ita A B *ad* A E, *ſeu* A F *per conſtructio- nem, erit C velocitas ſuper* A F, *& D ſuper* A B [a], *vnde velo- citates ſuper ipſis ſunt in ratione data. Quod faciendũ fuit.* a Per 12. huius.

Data linea perpendiculari, per quam graue deſcendat, cui annectatur linea, ſeu planum declinans; in declinante reperire punctum, quo graue perueniat eo tempore, quo pertranſiuerit perpendicularem.



SIt triangulum ABC orthogonaliter erectum ſuper plano orizontali BC, cuius latus AB intelligatur linea perpendicularis, per quam graue deſcendat, & latus AC planum inclinatum.

Oportet in plano AC reperire punctum quo graue perueniat eodem tempore, quo in B.

a Per 11. Sexti. *Fiat vt AC ad AB, ita AB ad tertiam AD a, & D erit punctum quaſitum.*

b Per 11. huius. c Per 3. & 7. huius *Quoniam velocitas ſuper AD ad velocitatem in AB eſt vt AB ad AC b, & proinde vt AD ad AB per conſtr, quæ velocitates eadem continuo duplicata proportione augentur c, grauia in eis mouentur tempore æquali, quia quotieſcunque ſpatia ſunt vt velocitates, æquali peraguntur tempore, quod &c.*

Corollarium.

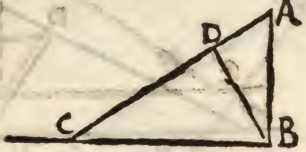
Hinc eſt quod in D, & B velocitates ſunt vt AD, AB, & ita in quibuslibet punctis reſpondentibus parallelis ad DB cum in AD, & AB velocitates ſemper eadem ratione augeantur.

Datis

14

PROPOSITIO XV.

Si duo grauia deſcendunt alterum quidem perpendicu-lariter, alterum vero ſuper plano declinante, perue-niunt ad idem planum Orizontale tali ratione, vt ſit eadem proportio inter diuturnitates eorum, quæ inter perpendicularem, & declinantem.



Sit linea AB *perpendiculariter erecta ſuper plano Orizontali* BC, *&* AC *planum declinans.*

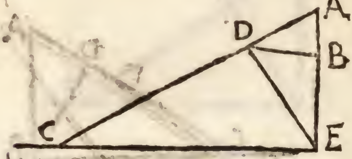
Dico quod diuturnitates grauium deſcendentium per AB, *& per* AC, *ſunt vt* AB *ad* AC.

Fiat AD *tertia proportionalis ad* AC, *&* AB a. — a Per 11. Sexti.

Quoniam eſt vt AD *ad* AC *ita quadratum temporis* AD *ad quadratum temporis* AC b, *& tempora* AD, *&* AB *ſunt æqualia* c, *& proinde eorum quadrata* d, *ergo vt* AD, *ad* AC *ita quadratum temporis* AB *ad quadratũ temporis* AC, *ſed vt* AD *ad* AC *ita quadratum* AB *ad quadratum* AC e, *ergo vt quadratum temporis* AB *ad quadratum temporis* AC, *ita quadratum* AB *ad quadratum* AC f, *ſed quia latera ſunt inter ſe vt eorum quadrata* g, *eſt vt* AB *ad* AC *ita tempus* AB *ad tempus* AC, *Quod, &c.*

b Per cor. 7. huius. c Per 14. huius. d Per 2. prop. e Per 19. Sexti. f Per 11. Quinti. g Per 22. Sexti.

Data linea perpendiculari, & plano declinante; reperire in perpendiculari producta punctum, quo perueniat graue eo tempore, quo pertranſit planum inclinatum.



DAta ſit perpendicularis AB, cui connexum planum inclinatum AD.

Oportet in AB producta reperire punctum, quo perueniat graue eo tempore, quo peruenit in puncto D.

In puncto D perpendicularis erigatur ad AD, & protrahatur vſquequo coeat cum AB producta in E, & E eſt punctum quæſitum.

Quoniam triangula, ADE, AEC ſunt æquiangula, cum anguli ADE, AEC ſint æquales, nempe recti, & BAD communis[a], ſunt etiam ſimilia[b], ergo vt AC ad AE, ita AE ad AD[c], vnde tempora per AD, & AE ſunt æqualia[d]

a Per 32. Prim.
b Per 4. Sexti.
c Per 4 Sexti.
d Per 14. huius.

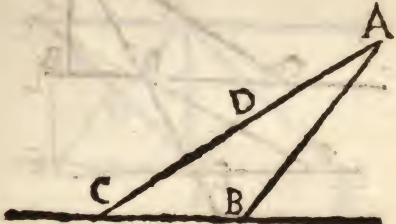
Corollarium

Hinc eſt quod ſuper plano AC erit AD menſura diuturnitatis motus peracti ſuper AE.

Dato

PROPOSITIO XVII. PROBL. IX.

Dato plano declinante, ſuper quo graue deſcendat, & dato alio plano minus declinante, in hoc reperire punctum, quo perueniat mobile eo tempore, quo pertranſit dictum planum magis declinans.



Sint plana AB, AC quorum AC minus inclinatum. Oportet in AC reperire punctum, quo graue perueniat, quando peruenit in B.

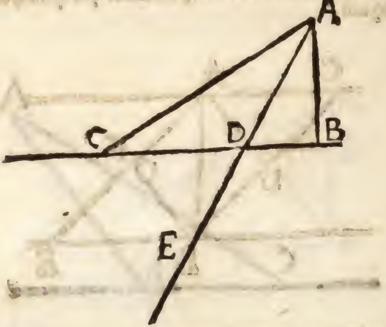
Fiat vt AC ad AB ita AB ad AD, & dico D eſſe punctum quæſitum.

Quoniam vt AC ad AD ita eſt quadratum AC ad quadratum AB [a], & vt AC ad AD ita quadratum temporis AC ad quadratum temporis AD [b], ergo vt quadratum AC ad quadratum AB, ita quadratum temporis AC ad quadratum temporis AD [c], Vnde AC ad AB vt tempus AC ad tempus AD [d], ſed vt AC ad AB, ita tempus AC ad tempus AB [e], ergo tempora AB, AD, ſunt æqualia. Quod, &c.

[a] Per 19. Sexti.
[b] Per Cor 7. huius.
[c] Per 11. Quinti.
[d] Per 22. Sexti.
[e] Per 15. huius.

Datis

Datis planis declinantibus ortis ab eodem puncto, re-
perire in magis declinante punctum quo graue per-
ueniat eo tempore, quo pertranſit planum minus
declinans.



Datum ſit planum minus declinans AC, & magis A D, terminantia ſuper plano orizontali BD.

Oportet in AD producta reperire punctum, quo perueniat graue eo tempore, quo pertranſiuit planum minus declinans AC,

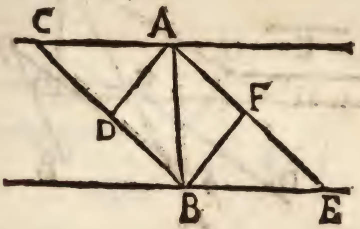
Fiat vt AD ad AC ita AC ad dictam AD productam in E, quod eſt punctum quæſitum.

a Per 19. Sexti *Quoniam vt AE ad AD ita eſt quadratum AC ad quadra-*
b Per Cor 7. huius *tum AD [a], ſed AE ad AD eſt vt quadratum temporis*
AE, ad quadratum temporis AD [b], ergo vt quadratum
c Per 11. Quinti. *AC ad quadratum AD, ita quadratum temporis AE ad*
quadratum temporis AD [c], vnde AC ad AD vt tempus
d Per 22. Sexti. *AE ad tempus AD [d], ſed AC ad AD eſt vt tempus AC*
e Per 15. huius. *ad tempus AD [e], ergo tempora AE, AC ſunt æqualia.*
Quod, &c.

Dato

PROPOSITIO XIX. PROBL. XI.

Dato motu naturali grauis quomodocumque ad punctum datum, reperire ſeu in perpendiculari, ſeu in plano quomodolibet inclinato punctum, à quo digreſſum, perueniat ad idem punctum quo prius, tempore æquali.



Sit AB linea quomodocumque aut perpendicularis, ſeu planum inclinatum, ſuper qua graue deſcendat in B. & data ſit quæcumque linea BC, aut perpendicularis, aut quomodolibet inclinata, quæ cum AB coeat in B.

Oportet in BC reperire punctum, a quo graue digreſſum perueniat in B tempore quo peruenit ab A in idem B.

Ducatur AC orizontalis, & fiat BD tertia proportionalis ad CB AB[a]*, & D eſt punctum quæſitũ. Quod vt probetur* a Per 11. Sexti

Fiat iterum rectæ AC parallela, & æqualis BE, & ducta EA, ſecetur recta BF parallela ipſi AD. b Per 33. Primi.

Quoniam AF, BD ſunt pariter inclinatæ, & æquales[b]*, grauia per ipſa æquali tempore mouentur*[c]*, ſed per AF, graue mouetur tempore quo per AB*[d]*, ergo per BD mouetur pariter tempore quo per AB*[e]*, quod, &c.* c Per 3. pronun. d Per 17. huius. e per 1. pron.

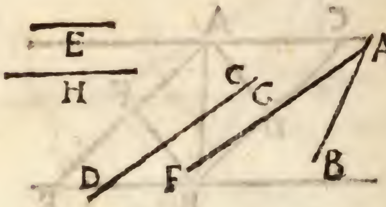
Corollarium.

Hinc eſt quod ſuper plano CB, DB eſt menſura diuturnitatis motus in AB.

Datis

PROPOSITIO XX. PROBL. XII.

Datis duobus planis diuerſe inclinatis longitudinis notæ; & nota diuturnitate grauis moti ſuper vno, reperire diuturnitatem ſi moueatur ſuper alio.



Sint plana *AB*, *CD* inclinata, & ſit data diuturnitas *E* plani *AB*.

Oportet reperire diuturnitatem plani, CD.

a Per 17. huius. *Fiat AF parallela, & æqualis datæ CD, in qua reperiatur punctum G quo perueniat graue tempore quo in B* [a] *vnde E eſt etiam diuturnitas ſpatij AG, quo dato, & ſpatio*

b Per 9. huius. *AF perquiratur eius diuturnitas, quæ ſit H* [b], *& dico H eſſe diuturnitatem qua graue deſcendit in CD.*

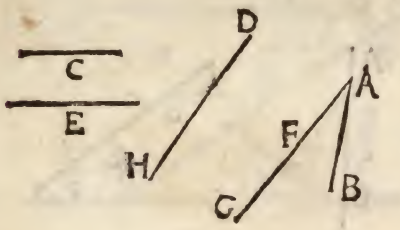
Quoniam E, H ſunt diuturnitates grauium deſcendentium in AG, ſeu AB, & AF per conſtructionem, & AF eſt æqualis, & parallela datæ CD per conſtructionem, ſunt

c Per 3. Fion. *etiam E, H diuturnitates ipſarum AB, & CD* [c], *vnde reperta eſt diuturnitas ipſius CD. Quod &c.*

Datis

PROPOSITIO XXI. PROBL. XIII.

Datis duabus diuturnitatibus, quarum prior ſit grauis moti ſuper plano dato longitudinis notæ, & dato alio plano diuerſimode declinante; reperiendum eſt in eo punctum, quo graue perueniat in ſecunda diuturnitate data.



Dato plano declinante AB, *ſuper quo graue* A *moueatur diuturnitate C, & dato alio plano D declinationis quæ ſit diſſimilis declinationi datæ* AB; *data itidem diuturnitate E.*

Oportet reperire in D. punctum quo graue perueniat in diuturnitate E.

Ducatur AF *parallela ipſi D, in eaque reperiatur punctum F, quo graue perueniat tempore quo in B* [a], *& præſcribatur in eadem ſpatium* AG *per quod moueatur in diuturnitate E* [b], *& fiat DH æqualis ipſi* AG, *& dico H eſſe punctum quæſitum.*

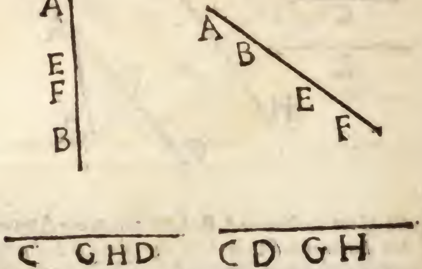
a Per 17. huius.

b Per 8. huius.

Quoniam diuturnitates in AB, AF *ſunt æquales per conſtructionem, & C, E ſunt diuturnitates ſuper planis* AF, AG *per conſtructionem, ſunt etiam diuturnitates ſuper* AB, AG, *& proinde ſuper DH ipſi* AG *æquali, & parallelæ, quod, &c.*

PROPOSITIO XXII.

Data perpendiculari ſeu plano quomodolibet inclinato diuturnitatis notæ, & aſſignata vbiuis quacunque eius portione, reperire eius diututnitatem.



DAta linea AB perpendiculari aut inclinata, cuius diuturnitas ſit CD, dataque quacunq; eius portione EF Quærenda eius diuturnitas.

a Per 5. aut 9. huius

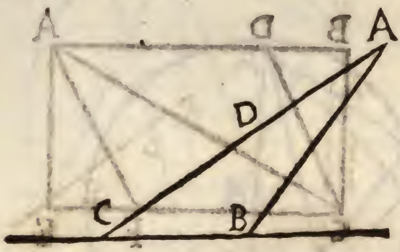
Fiat CG diuturnitas AE, & CH diuturnitas AF a, *& GH eſt diuturnitas quæſita.*

Quoniam CH eſt diuturnitas AF per conſtr. ab ea ablata CG diuturnitate AE per conſt. reſiduum GH eſt diuturnitas portionis EF quod, &c.

Duo

PROPOSITIO XXIIII.

Duo grauia deſcendentia ſuper planis diuerſa ratione declinantibus, perueniunt ad idem planum orizontale ea ratione, vt ſit eadem proportio inter diuturnitates, quæ inter dicta plana ſi ab eodem puncto ad idem planum orizontale producta ſint.



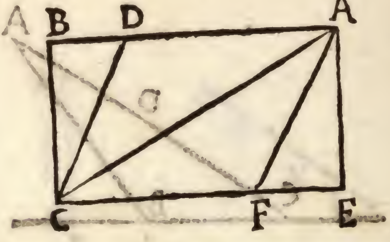
Datis planis A B, A C declinantibus, ductis ab eodem puncto A ad planum orizontale B C. Dico quod diuturnitates grauium deſcendentium per A B, A C ſunt vt A B ad A C.

Fiat vt A C ad A B ita A B ad A D, ita vt graue perueniat in D eodem tempore quo peruenit in B [a]. *Quoniam eſt vt A D ad A C, ita quadratum temporis A D ad quadratum temporis A C* [b], *& tempora A D, A B ſunt æqualia* [c], *& proinde eorum quadrata; ergo vt A D ad A C ita quadratum temporis A B, ad quadratum temporis A C* [d], *ſed vt A D ad A C, ita quadratum A B ad quadratum A C* [e], *ergo vt quadratum temporis A B ad quadratum temporis A C, ita quadratum A B ad quadratum A C, ergo vt tempus A B ad tempus A C ita A B ad A C* [f]. *Quod fuit probandum.*

a Per 13. huius.
b Per Cor 7. huius.
c Per 17. huius.
d Per 2. pronunc.
e Per 19. Sexti.
f Per 22. Sexti.

PROPOSITIO XXIV.

Datis planis, & perpendiculari ab eadem linea orizontali egreſſis, quæ coeant infra in eodem puncto, grauia ſuper ipſis mota procedunt ea ratione, vt ſit eadem proportio inter diuturnitates; quæ inter longitudines planorum, & dictam perpendicularem.



Ata ſit linea orizontalis A B, *in qua initium ſumant plana declinantia* A C, D C, *nec non perpendicularis* B C *coeuntia in puncto* C.

Dico quod diuturnitates grauium ſuper ipſis motorum, ſunt vt A C, D C, B C.

Ducatur C E *parallela ipſi* A B, *& a puncto* A *ducantur parallelæ ipſis* C B, C D, *& ſint* A E, A F.

a Per 23. huius. *Quoniam diuturnitates ſuper planis* A F, A C, *ſunt vt* A F, A C [a], *& ſuper planis eiſdem, & perpendiculari* A

b Per 11. huius. E, *ſunt vt* A F, *ſeu* A C *ad* A E [b], *&* A E, A F *ſunt parallelæ*

c Per 33. Primi. *ipſis* C D, C B, *& eiſdem æquales* [c], *ſequitur quod etiã ſuper* A C, D C, B C *diuturnitates ſunt iuxta propor-*

d Per 3. pronon. *tiones longitudinum* [d], *Quod probandum fuit.*

In

PROPOSITIO XXV.

In circulo Orthogonaliter erecto, ſi a ſummitate ad puncta peripheriæ ducantur plana, quo tempore graue perpendiculariter inde perueniet ad planum orizontale; ſi deſcendat per dicta plana eodem perueniet reſpectiuè ad quodlibet dictorum punctorum peripheriæ.



Sit circulus cuius centrum B, & diameter A C *erectus ſuper plano orizontali G C, & in eo ducta ſunt plana declinantia a puncto* A *ad puncta peripherie* D E F, *& deſcendant grauia ſuper dicta plana, & perpendiculariter.*

Dico quod eodem tempore peruenient ad, D, E, F, C.

Ducantur DC, EC, FC.

Quoniam puncta prædicta ſunt ea, in quæ cadunt perpendicularia ducta a puncto C in A D, A E, A F [a], *eo perueniunt grauia eodem tempore quo in C* [b]. *Quod probandum fuit.*

a Per 30. Tertij.
b Per 16. huius.

E 3 Si

ad puncta peripheriæ, & a dictis punctis deſcendant grauia ſuper dicta plana eodẽ tẽpore quo à puncto ſupremo deſcendit aliud graue perpẽdiculariter, peruenięt omnia eodẽ inſtanti ad dictũ punctum inferius.



Sit circulus cuius diameter A B C *erectus ſuper plano orizontali, quod tangat in* C, *& a* C *ducantur plana* C D, C E, *& a punctis*, E, D *grauia deſcendant ſuper dicta plana, nec nõ, & a puncto ſupremo* A *perpendiculariter. Dico quod eodem tempore perueniunt in* C.

A puncto A *ducãtur* A F, A G *parallelæ ipſis* C E, C D, *& ducantur* A E, F C.

a Per 29. Primi.
b Per 30. Tertij.
c Per 26. Primi.
d Per 25. huius.

Quoniam in triangulis A E C, A F C *anguli alterni* F A C, A C E *ſunt æquales*, a, *& anguli* A F C, A E C *ſunt etiã æquales puta recti* b, *& baſis* A C *communis, Triangula ſunt æqualia* c, *& proinde* A F *eſt æqualis* C E, *quod idẽ probabitur de rellquis, ergo cum* A F, C E, *& reliquæ ſint parallelæ, & æquales, grauia per* C E, C D *peruenient in* C *eodem tempore, quo digreſſa ab* A *perueniunt ad puncta* F G, *ſed hæc eodẽ tempore quo perpendicularis peruenit in* C d, *ergo etiã ea quæ per* CE, CD. *Quod, &c.*

POSTVLATVM VII.

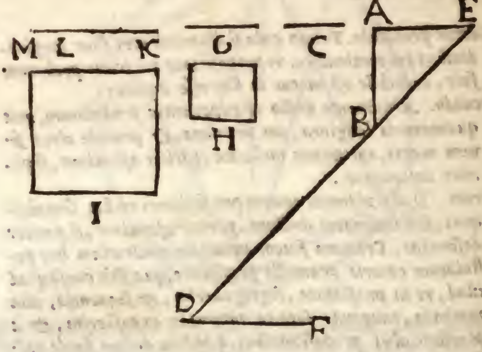
DVctis planis inclinatis, & linea perpendiculari interbinas parallelas orizontales, Grauia ſuper illis mota vbi perueniunt ad parallelam inferiorem habent æquales velocitatis gradus; & proinde ſi ab inde infra ſortiantur parem inclinationem, ęqueuelociter mouentur.

Videtur probabile. Primo quia ſi diuturnitates ſunt longitudinibus proportionales, vt propoſitione 22 huius probatum fuit, credibile eſt motus in fine eſſe æquales.

Secundo. Argumento ducto ab experientia pendulorum, quæ quantumuis longiora, aut breuiora, & proinde circa finem magis, aut minus inclinata, pariter aſcendunt, ſi pariter deſcendant.

Tertio. Quia videmus aquam per ſiphones rectos, ſiue obliquos, ſeu inclinatos ductam, pariter aſcendere, ſi pariter deſcendat. Ceterum fateor minorem euidentiam hoc poſtulatum cæteris præmiſſis præſeferre, quæ fuit cauſa quod illud, vt in præfatione, ſegregauerim, & ſequentia, alia methodo, tangendo fere tantummodo expoſuerim, & a pluribus alijs propoſitionibus, quæ hinc deduci facile poſſent, data opera abſtinuerim.

Dato graui moto perpendiculariter per ſpatium datum diuturnitate data, quod perficiat motum ſuper plano inclinato per ſpatium itidem datum; perquirere in ipſo diuturnitatem.



Moueatur graue A perpendiculariter per ſpatium A B diuturnitate C, & perſeueret in motu ſuper ſpatio B D in plano inclinato B D.

Venanda eſt diuturnitas eius in ipſo B D

Producatur D B donec concurrat cum A E orizontaliter ducta ab A in E, & fiat vt A B ad E B, ita diuturnitas C ad diuturnitatem G, quæ idcirco erit diuturnitas ipſius E B [a], & ſit H quadratum diuturnitatis G, & fiat vt E B ad E D, ita quadratum H ad aliud quod ſit I a cuius latere K, quod eſt diuturnitas ipſius E D, ablata K L equali G, erit L M reliquum diuturnitas B D quæſita.

[a] Per 22. huius.

Quoniam

Quoniam notum eſt triangulum A E B, cum notus ſit angulus A E B æqualis alterno E D F inclinationis notæ, & E A B rectus ex cunſtructione, & notum latus A B ex hypoteſi, notum erit etiam latus E B, & quia diuturnitas in plano B D eſt eadem ac ſi motus antecedens eſſet per E B [b]; E B, & E D ſunt in duplicata ratione diuturnitatum G, K ex conſtructione; vnde a K deducta K L æquali G ex conſtructione, remanet L M diuturnitas B D. Quod &c. b Per 7. poſt.

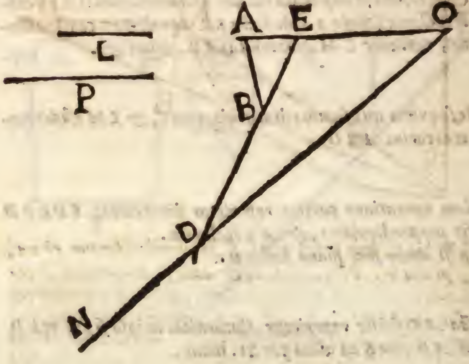
Inde ſequitur quod ſumma diuturnitatum C, & L M eſt diuturnitas totius A B D.

Eadem operatione pariter reperietur diuturnitas B D ſi B D ſit perpendicularis, & A B inclinata.

Item ſi ambo ſint plana inclinata.

Ducta A D facile reperietur diuturnitas in ipſa ſi fiat vt E D ad A D, ita K ad aliud per 21. huius.

Ducto alio plano puta D N, reperietur eius diuturnitas.

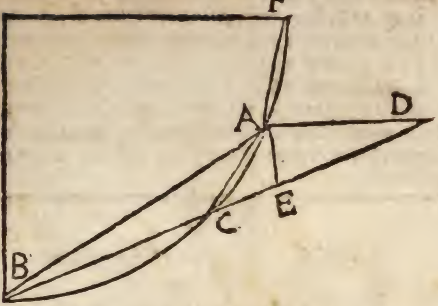


Si

*S*I *fiat vt ED ad OD ita diuturnitas ipſius ED puta L ad diuturnitatem O D, quæ ſit P, deinde vt O D ad O N ita quadratum diuturnitatis P ad aliud quadratum, cuis Radix erit diuturnitas ipſius D N.*

Ex his patet quod ſi addantur plura plana eadem ratione reperientur eius diuturnitates.

Ex



EX his itidem patet quod ſi in circulo dentur plura, plana v.g. FA, AC, CB, & data ſit diuturnitas ſuper diametro orizonti perpendiculari, dabitur diuturnitas cuiuſuis dictorum FA, AC, CB, & omnium ſimul.

Inſuper ex his facile cognoſces eſſe breuiorem diuturnitatē per AC, CB, ſimul, quā per AB; nam ducta AE perpendiculari ad BC productā in D ad orizontalē AD, diuturnitas motus
in AC, ſuper DB menſuratur per EC [a], ergo addita CB, a Per Cor 19 huius.
quæ eſt eiuſdem diuturnitatis, fuerit ne motus per AC
an per DC [b], tota EB erit menſura diuturnitatis in ACB, b Per 7. poſt.
ſed AB menſurat diuturnitatem ipſius AB reſpectu eiuſ-
dem DB [c], quæ eſt maior quam EB [d], maior ergo eſt c Per 15. huius
diuturnitas in AB quam in ACB. d Per 18. primi.

Eadem prorſus ratione probabitur citius graue deſcendere per FA, AC, CB ſimul, quam per planum ductum ab F in B.

In figurapropoſitionis 27. ſi, facto H quadrato diuturnitatis G, fiat ML æqualis C, cui addita LK æquali G, fiat I quadratum MK, & vt H ad I, ita EB ad ED; MK erit diuturnitas ED, & ML diuturnitas BD æqualis C diuturnitati ipſius AB, vnde diuturnitates in AB, & in BD æquales erunt.

Et

quia E B ad E D eſt vt G ad tertiam proportionalem ad G, & M k, hæc tertia excederet ipſam G fere duplo ipſius M L, ſeu C, ob magnam diſerentiam inter G, & C, ob quam G eſſet fere æqualis ipſi M K, vnde itidem E D excederet E B fere duplo ipſius A B & quo B D eſſet magis orizontalis, eo B D propinquior eſſet duplo A B. Cæterum ex hiſce plura alia poſtmodum deduci facile poterunt, hæc vero in præſentia pauca ſufficere mihi viſa ſunt.

Errata	*Sic Corriges.*
P. linea.	
6 5. a 22. prop.	a 15. prop.
14 15 A I ſunt	A I, puta arcus B H, E I, ſunt.
14 16 quadratũ S, portiones	quadratum S, eam, quo ad diuturnitates ſint vt B C ad E F, per pr. pet, portiones.
in marg. d per 5. pet.	d per pr. pet.
19 4. quadratum Z, portiones	quadratũ Z, cũ quo ad diuturnitates ſint vt y ad x per pr. pet, portiones.
in marg. c per 3. huius	c per 3. ſupp.
c per 5. pet.	e per 3. pet.
35 in marg. a per 13 huius	a per 17 huius
c per 17. huius	c per conſtr.
36 in marg b per 11. huius	b per 15. huius.
37 in figura	adde lineam F C
39 8 propoſitione 22.	propoſitione 15.
9 eſſe æquales	adde. quia proportio longitudinũ fit ex proportione temporũ, & velocitatũ, et tẽpora ſunt vt radices ſpatiorũ per Cor. ſeptimę, ergo pariter velocitates; quæ idcirco in D, & C, ſunt vt A D ad AB, prout ſunt etiam in D, & B, per cor decimæ quartæ, & proinde in C, & B æquales
40 in marg. a per 22. huius	a per 15. huius
41 15. per 21. huius	per 15. huius
42 6 ipſius D N	ipſius O N, a quo ablato P, reſiduum erit diuturnitas D N

34-7-E-25

DE MOTV NATVRALI GRAVIVM SOLIDORVM

IOANNIS BAPTISTÆ BALIANI

PATRITII GENVENSIS.

Col. Rom. Bibl. Secr.
Catal. Inscrip.



BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

GENVAE,

Ex Typographia Io: Mariæ Farroni, Nicolai Peſagnij, & Petri Franciſci Barberij, ſoc.

MDCXXXVIII.

SVPERIORVM PERMISSV.

*MIHI quoque, ſicut, & cæteris hominibus,
ineſt ſciendi cupiditas; nec graue fuit, vſq;
à primis annis, & aliorum ſcripta percur-
rere, & naturales effectus obſeruare, qui
facile mihi perſuaſerim, ex hiſce fontibus,
tum ſcientiam, tum ſapientiam in animum
deriuare, ſi tandem ex effectibus diligentius perſpectis, non
modo ad inde conſequentes, ſed etiam ad cauſas, vſque ad
primam deueniat intellectus. Statui igitur apud me ipſum
non acquieſcere ſoli relationi plurimorum, etiam doctiorum;
potuiſſe ſiquidem contingere exiſtimaui, vt aliqua laterent,
etiam in plurimis oculatiſſimos, vel non plenè ab eis explica-
rentur; & ratus ſum non inutilem laborem futurum, ſi ex
accuratiori naturæ rerum inueſtigatione, & ex affectionum
inde reſultantium deductione, circa quod omnis demonſtra-
tiua ſcientia verſatur, aut ſcitis adderem aliqua, aut doctiori-
bus acuerem deſiderium addendi plura: hinc factũ eſt, vt exci-
tata mens ex præcognitis legendo, ad ea, quæ ſe offerebant,
ſecundum priuatas, aut publicas occupationes perueſtiganda,
conuerteretur ſtudioſius. Inter alia dum anno milleſimo ſex-
centeſimo vndecimo, per paucos menſes, ex patriæ legis præ-
ſcripto, Præfectum Arcis Sauonæ agerem, ex militaribus
obſeruationibus quæ occurrebant, illud maximè depræhendi,
ferreos, & lapideos tormentorum bellicorum globos, & ſic
corpora grauia, ſeu eiuſdem, ſeu diuerſæ ſpeciei, in inæquali
ſatis Mole, & grauitate, per idem ſpatium, æquali tempore,
& motu, naturaliter deſcendere, idque ita vniformiter, vt
repetitis experimentis mihi planè conſtiterit, duos ex præ-
dictis globis, vel ferreos ambos, vel alterum lapideum al-
terum plumbeum, eodem planè momento temporis dimiſſos
ſibi, per ſpatium quinquaginta pedum, etiam ſi vnus eſſet
libræ vnius tantum, alter quinquaginta, in indiuiſibili tem-
poris momento, ſubiectum ſolum ferire, vt vnus tantum am-
borum ictus ſenſu perciperetur: Repetebam animo ſapien-
tum*

cundum grauitatum proportionem; Proceſſi vlterius, & peri-culum feci, num forte iuxta eorum ſententiã contingeret, ſi corpora dimiſſa, eiuſdem fere eſſent molis, ſed longe diuerſi ponderis, puta vnum plumbeum, cereum alterum; & expertus ſum in cereo aliquam longiorem moram in deſcenſu, attamen longe infra proportionem grauitatum, globus quippe ille cereus, in data diſtantia quinquaginta pedum deſcenſus, vno circiter pede diſtabat à ſolo, quando plumbeus tangebat ſubiectum planum, obiecto aere intermedio ni fallor, ſenſibiliter reſiſtente, & impediente motum. Inſtiti adhuc, & globos in grauitate, & in materia inæquales appẽdi funiculis æqualibus, & agitatos animaduerti moueri tempore æquali, & hoc ſeruare adeo fideliter, vt globus plũbeus duarum vnciarum, alter librarum duarum, ferreus librarum 34. & lapideus quadraginta circiter, nec non, & lapis informis, quorum funiculi comprehenſis ipſorum ſemidiametris æquales eſſent, vno, & eodem temporis ſpatio mouerentur, & vibrationes eaſdem numero darent hinc inde, ſiue motus vnius globi fieret per æquale ſpatium, ſiue per inæquale, ita vt qui maiori impetu iactabatur, & ſic maius ſpatium percurrebat, illud tanto velocius pertranſiret. In quibus peragendis illud præter expectationem ſeſe mihi obtulit, quod quotieſcunque globi penderent ex funiculis inæqualibus, ita inæquali motu ferebantur, vt longitudines funiculorum, durationibus motuum, in duplicata ratione reſponderent.

Porrò cùm ex præmiſſis ſatis ſuperque liqueret, in naturali motu grauium, proportionem grauitatum communiter creditam, non ſeruari; in eam deſcendi ſententiam, vt arbitrarer fortaſſe, grauitatem ſe habere vt agens, materiam verò, ſeu mauis materiale corpus, vt paſſum, & proinde grauia moueri iuxta proportionem grauitatis ad materiam, & vbi ſine impedimento naturaliter perpendiculari motu ferantur, moueri æqualiter, quia vbi plus eſt grauitatis, plus pariter ſit materiæ, ſeu materialis quantitatis; Si verò accedat aliquid reſiſtentiæ, regulari motum ſecundũ exceſſum virtutis agen-

tis

tis ſupra reſiſtentiam paſſi, ſeu impedientia motum; qui exceſſus momentum noncupabitur, & quod communiter grauitati attributum fuit, momento attribui debere, nimirum vt ſit momentum ad momentum, vt velocitas ad velocitatem; Et hinc fieri poſſe, vt cognoſcamus qua menſura, ſeu proportione corpora grauia naturali motu ferantur ſuper ſubiectis planis, ſi ſuper eis quomodolibet inclinatis, ipſorum grauium momenta vbique innoteſcant, quæ maiora, aut minora videntur cenſenda, ſecundum quod magis, aut minus ſuper plano quieſcunt, & ſic ſecundum maiorem, aut minorem inclinationem plani reſiſtentis; quod demum tali proportione facile fieri mihi exiſtimandum videtur, iuxta quã reciprocè momentis proportionantur lineæ dictorum planorum, ſi ambæ ductæ ſint ab eodem puncto ad idem planum orizontale; de quo Simon Steuinus l. p. de Statica prop. 19. & acutiſſimè Galileus in Mechanica manuſcripta, vbi de Cochlea, & ego aliquali experientia compertum habui. Cæterum ſi per experientiam Scientia hominibus efficitur, prædicta de quibus ſæpius repetitis actibus expertus fui, vt principia ſcientiæ habenda fore cenſui; in quibus occultæ concluſiones delitescant, demonſtrationibus duntaxat aperiendæ. Rimari cæpi; an deprehenderim aliorum erit iudicium. Subiecta paucula, quæ preſens aliquod otium expedire permiſit, de motu naturali ſolidorum grauium, Amice lector tibi exhibeo, mox de liquidorum, & deinceps alia plura iam parata daturus, ſi hęc placuerint. Placuit ſanè mihi, vel paucula tibi dare, qui te eius ingenij eſſe confidam, vt non verba, ſed res, eaſque non mole, ſed pondere cenſeas, felicior ſi de eorum genere exiſtimaueris, quæ non mole magna ſunt; quod ſi talia non fuerint, quo minora minus defatigabunt, ſui exilitate, auctoris partus proprios omnino eſſe probatura. Idioma latinum elegi vt communius. Præmiſi aliqua naturalia principia, ſine quibus naturales concluſiones aliunde duci poſſe non video. Quæ ex prædictis experimentis innotuerunt, ſuppoſitiones appellare, & à reliquis petitionibus ſecernere libuit. Petitiones illas, quibus quid fieri petimus, con-

ſtru-

Digitized by Google

& proinde ſuperuacaneas, prudens prætermiſi; ratus ſiquidem nil inde incredulitatis, aut difficultatis deriuaturum. Septimum poſtulatum ea ratione ſegregaui, quod illud aliquo pacto à 22. prop. pendeat, & quod in illo etiamſi veritas non deficiat, euidentiam tamen vt in cæteris non agnoſcens, certis dubia quo quo pacto permiſcere noluerim; Vt proinde plura eorum, quæ ex illo deducta ſunt, & diuerſa Methodo & attingendo potius, quam demonſtrando ſubiunxerim.

Si quæ demum minus probata, ſeu explicata, aut quo quo pacto imperfecta reperies, velim te tribuere cuidam naturali meæ propenſioni, ad noua potius, qualiacumque ea ſint, inuenienda, quam inuenta perficienda.

Vale.

DE-

DEFINITIONES.

PEndulum dicimus Pondus filo appenſum.

Pendula dicuntur æqualia, ſeu æquipendula, ſiue inæqualia, quæ, & longiora, aut breuiora, quatenus fila, e quibus dependent, ſunt æqualia, longiora, aut breuiora.

Vibrationes pendulorum ſunt eorum motus hinc inde

Vibrationes æquales dicimus; quæ fiunt per ſpatia æqualia, & e contra inæquales.

Vibrationes æque celeres ſi fiant per ſpatia æqualia tempore æquali.

Vibrationis diuturnitatē dicimus ipſius Durationem, tempus nimirum, quò ipſa vibratio perficitur.

Vibrationes æquediuturnæ, ſunt, quæ fiunt tempore æquali, etiamſi per ſparia inæqualia, inde diuturnior eſt, quæ longiori perficitur tempore.

Vibrationes integras dicimus eas, quæ ſe extendunt per integrũ ſemicirculum, ſe hinc inde mouentes per circuli quadrantem.

Vibrationis portio eſt pars arcus, quem ipſa vibratio diſignant.

Vibrationum ſimiles portiones ſunt arcus ipſarum intercepti inter binas lineas ductas à centro, à quo concipiuntur pendula pendere.

Vibrationis portionem priorem decimus eam minimam portionem, a quā integra vibratio initiū habet.

Momentum eſt exceſſus virtutis mouentis ſupra motus impedimenta.

PRIMA. Solidorum æquipendulorum cuiuſcumque grauitatis vibrationes æquales ſunt ęquediuturnæ.

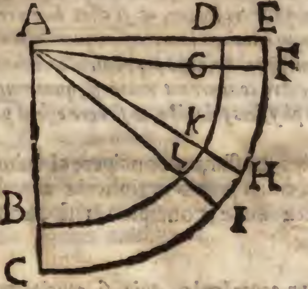
2 Equipendulorum eorumdem vibrationes ſunt æquediuturnæ, etiamſi inæquales.

3 Pendulorum inæqualium longitudines ſunt in duplicata ratione diuturnitatum vibrationum, ſeu vt quadrata vibrationum.

4 Momentum grauis ſuper plano inclinato eſt ad ipſius grauitatem, vt perpendicularis ad inclinatam, ſi ab eodem puncto ducta ſint ad idem planum orizontale dicta perpendicularis, & dictum planum inclinatum, & proinde tali caſu proportio grauitatis ad momentum eſt reciproca proportioni linearum ſuper quibus graue mouetur.

PE-

Pr. Pendulorum inæqualium portiones ſimiles vibrationum ſunt inter ſe quoad diuturnitatem, vt vibrationes integræ.



Sint pendula A B, A C, dependentia à puncto A, & eleuentur ad libellam orizontis puncti A, in E, D, deſcribentia arcus B D, C E, integrarum vibrationum, & in arcubus B D, C E ſumantur portiones ſimiles E F, D G, ſeu H I, K L ductis E A, F A, ſeu H A, I A. Peto mihi concedi, eſſe pendulorum diuturnitates in arcubus E C, D B, vt in portionibus E F, D G, nec non H I, K L, & ita deinceps.

2. Vt eſt momentum ad momentum ſolidi grauis, ita velocitas ad velocitatem.

Huiuſmodi paſſio communiter attribui ſolet grauitati ſimpliciter, quòd cum nimis clare experientijs ſupra expoſitis nullo pacto congruere poſſit, momentis attribuenda eſſe viſa eſt, vt in præfatione explicatum fuit.

ſunt, ac ſi eſſent lineæ rectæ.

Quacunque arcus portio eſt circularis, attamen ſi eſt minima portio, tam parum aberrat à linea recta, vt non modo quoad ſenſum, ſed quoad quaſcunque phyſicas paſſiones, perinde eſſe videatur, ac ſi eſſet linea recta, idcirco vt petitionem admitendam cenſeo, quemadmodum in mechanicis admittitur illa, quod perpẽdiculares ſunt parallelæ, etiãſi in centro concurrant vniuerſi, quatenus eiſdem ſunt paſſionibus phyſicis ſubiectæ, ac ſi vere eſſent parallelę

4. Data recta linea, poſſumus concipere circulum talis magnitudinis, cuius portio peripheriæ æqualis quo ad ſenſum datæ lineæ, concipienda ſit, ac ſi eſſet linea recta.

Hęc petitio videtur concedenda, quia ſi concipiamus circulum, eiuſque portionem minimam, vt in præcedenti, ſi fiat vt huiuſmodi portio ad datam lineam, ita circulus ad alium, portio huius, datæ lineæ æqualis erit, & ſimilis omnino prædictæ minimæ portioni, & proinde pariter concipienda vt linea recta.

5. Solida perpendiculari libero motu æque velociter ferantur, & in tali proportione, ac ſi eſſent pendula, & mouerentur in priori portione vibrationum.

Quoniam prior portio non differt ſenſibiliter à recta, vt in tertia petitione, nec etiamſi ſit maior vt in quarta, iiſdem phyſicis paſſionibus ſubijcitur, & exinde motibus ęqualibus

6. Solida naturaliter mota ſuper plano inclinato æque velociter mouentur ac ſi eſſent pendula, & mouerentur in tali portione vibrationum, quæ quoad ſenſum

eſſet

eſſet æqualis, & parallela lineæ dicti plani ſuper quā dicta ſolida mouerentur.

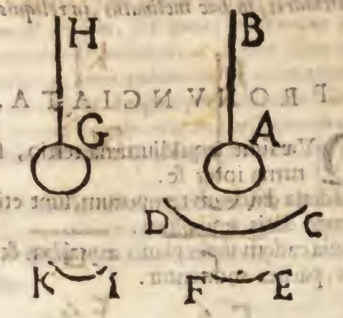
Non differt a præcedente, niſi quod in illa motus eſt perpendicularis, in hac inclinatus, in reliquis eſt par ratio.

PRONVNCIATA.

1. Quæ ſunt æquidiuturna tertio, ſunt æquidiuturna inter ſe.
2. Quadrata datorum temporum, ſunt etiam quadrata aliorum datis æqualium.
3. Grauia eadem ſuper planis æqualibus & pariter inclinatis, pariter mouentur.

Digitized by Google

S tumuis ſemper minores, ſunt æquidiuturnæ.



SIt ſolidum A pendulum debite applicatum filo B A, quod ab altera parte eleuatum naturaliter, poſtea faciat hinc inde vibrationes ſẽper minores, itaut prior vibratio ſit V.G. per ſpatiũ C D maius, poſterior vero per ſpatiũ E F minus.

Dico quod dictæ vibrationes erunt æquidiuturnę, itaut vibratio per ſpatium C D ſit eiuſdem durationis, ac vibratio per ſpatium E F.

Sit aliud ſolidum G. æquipendulum ſolido A, debite applicatum filo H G, quod eleuętur ab vna parte eodem tempore minus quam ſolidũ A, itaut ſint minores vibrationes ſolidi G, quam ſolidi A, vt ſit motus penduli G in initio per ſpatium I K æquale ſpatio E F.

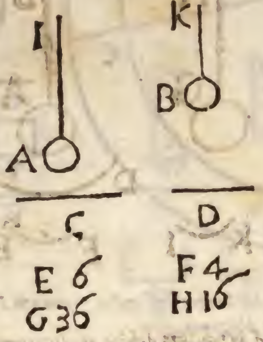
a Per primam ſuppoſitioné.
b Per ſecũdam ſuppoſitioné.
c Per pr. p:on

Quoniam ſpatia E F, & I k ſunt æqualia ex ſuppoſitione, ſunt etiam vibrationes E F, & I K æquidiuturnæ a, ſed I K, & C D ſunt pariter æquidiuturnæ b, ergo E F, & C D ſunt etiam æquediuturnæ c, Quod fuit probandum.

Pen-

PROPOSITIO II. PROBLEMA PRIMVM.

PEndula conſtituere, quorum diuturnitates vibrationum ſint in data ratione.



Data ſit proportio diuturnitatum vibrationum, quam volumus eſſe inter ſolida A, B; & ſit ea, quæ eſt inter C & D; quæ eſt continuo eadem, [a], a Per pr. huius.

Venanda eſt longitudo filorum, quibus applicata dicta ſolida producant vibrationes quæſitas.

Sint E F numeri menſurantes proportionem, quæ eſt inter C & D, quorum quadrati numeri G & H, Fila I A, k B fiant inter ſe vt G, ad H, & erunt fila quæſita, quibus ſi applicentur ſolida A, B, producentur diuturnitates vibrationum quæſitæ.

Quoniam ita eſt I A, ad k B, vt quadratum G numeri metientis C, ad quadratum H numeri metientis D, erunt C, & D diuturnitates vibrationum pendulorum A, & B [b]; *& proinde in ratione data. Quod faciendum fuit.* b Per 3. ſuppo.

Lineæ



Sint L N, k M Lineæ deſcenſus grauium L, k, & ſint P O ipſorum diuturnitates.

Dico L N, K M eſſe in duplicata ratione ipſarum P, O.

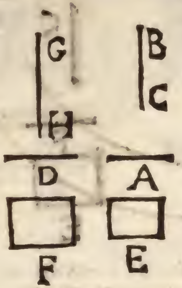
Sint pendula A H, A I, dependentia a puncto A, & eleuentur ad libellam ipſius A vſque ad E, B, quæ in eleuatione producant arcus H B, I E, & ſint talis longitudinis, vt ducta A C F ſecet arcus B C, & E F, portionis minimæ, æquales quo ad ſenſum lineis L N, K M, & ſit S, quadratum diuturnitatis P, & T quadratum O, & Q, R, diuturnitates vibrationum B C, & E F.

a Per 5. pet.
b Per 2 pron.
c Per 3. ſuppoſit.
d Per 5. petit.
e Per 3. petit
f Per 1. pron:

Quoniam diuturnitates Q, R, ſunt æquales diuturnitatibus P, O [a]; *S, T, ſunt etiam quadrata ipſarũ Q, R* [b], *& quia vibrationes integræ pendulorum A H, A I ſunt vt quadratum T ad quadratum S* [c], *portiones B C, E F, ſunt pariter inter ſe vt quadratum T ad quadratum S* [d], *ſed B C, & E F ſunt æquales lineis K M, L N* [e], *ergo etiam K M, L N ſunt vt quadrata S, T* [f], *& proinde in duplicata ratione ipſarum P, O, temporum ſeu diuturnitatum earumdem. Quod, &c.*

Data

Data diuturnitate grauis deſcendentis a data altitudine, conſtituere altitudinem, a qua idem graue cadat in data alia diuturnitate.



Sit A diuturnitas grauis B, dum cadit in C, & data ſit diuturnitas quæcumque D.

Conſtituenda eſt alia altitudo, a qua graue deſcendat iuxta diuturnitatem D.

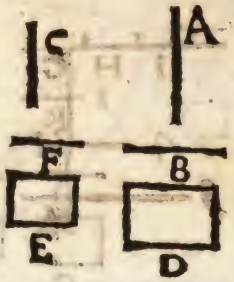
Fiant E, & F quadrata temporum A, D, & vt F ad E, fiat altitudo G H, ad altitudinem datam B C; Dico G H eſſe altitudinem quæſitam.

Quoniam B C, & G H ſunt in duplicata ratione datarum diuturnitatum A, D, per conſtructionem; per ipſas grauia B, & G cadent in diuturnitatibus A, & D datis [a], vnde reperta eſt altitudo G H quæſita. Quod fuit faciendum.

[a] Per 3. huius.

Data

Data altitudine, ...
nitate; perquirere quanta ſit diuturnitas, qua deſcen-
dat ab alia altitudine data.



Sit A altitudo per quam deſcendat graue diuturnitate B nota, & data ſit alia altitudo C.

Oportet reperire quanta ſit diuturnitas, qua idem graue deſcendat per C.

Fiat D quadratum diuturnitatis B, & fiat vt A ad C, ita quadratum D ad quadratum E, cuius radix F, eſt diuturnitas quæſita.

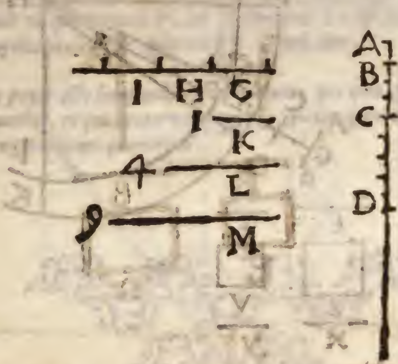
Quoniam A, & C ſunt in duplicata ratione diuturnitatum B, & F per conſtructionem, per ipſas grauia deſcendent in diuturnitatibus B, F [a], vnde F eſt diuturnitas ipſius C quæſita. Quod faciendum fuit.

[a] Per 3. huius.

Grauia

PROPOSITIO VI.

Grauia naturali motu deſcendunt ſemper velocius ea ratione, vt temporibus æqualibus deſcendant per ſpatia ſemper maiora, iuxta proportionem quam habent impares numeri ab vnitate inter ſe.



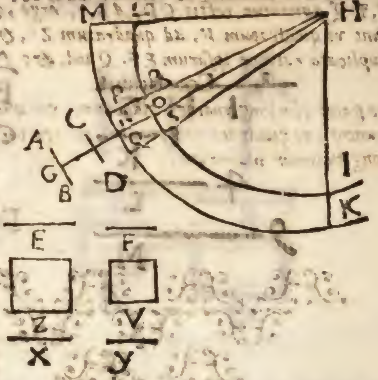
Sit graue A quod deſcendat per lineam A B C, & tempus in quo deſcendit ab A in B ſit æquale tempori, quo deſcendit a B in C, & a C in D.

Dico quod lineæ A B, B C, C D ſunt interſe vt 1. 3. 5. & ſic deinceps.

Sit G numerus menſurans tempus, quo A deſcendit in B, & H, quo deſcendit a B in C, & I, quo deſcendit a C in D, quæ tempora ſunt ex ſuppoſitione æqualia, & ſit K quadratum ipſius G, & L quadratum G H, & M quadratum totius G H I.

Quoniam quadrata K, L, M ſunt vt A B, A C, A D [a], *quæ quadrata ſunt vt 1, 4, 9, ſunt itidem A B, A C, A D, vt 1. 4. 9. & diuidendo A B, B C, C D, vt 1. 3. 5. & ſic deinceps. Quod probandum fuit.* a Per 3. huius.

Lineæ deſcenſus grauium ſuper plano inclinato mo-torum, ſint in duplicata ratione diuturnitatum.



Sint A B, C D plana pariter inclinata, ſuper quibus mo-ueantur grauia A, C, & ſint E F ipſorum diuturnitates. Dico A B, C D eſſe in duplicata ratione ipſarum E, F. Secetur A B bifariam in G, & erecta G H, perpendiculari longiſſima, fiant pendula H I, H k, quæ ſint inter ſe vt A B, C D, & eleuentur in L, M, deſcribentia arcus L I, k M, ſecantes G H in N, O, & ab N hinc inde ſecentur arcus N P, N Q æquales quo ad ſenſũ rectis G A, G B, & ductis P H, Q H, ſecetur pariter arcus L I, in R, S, & intelligantur arcus P Q. R S, tam paruæ curuitatis, ob maximam longitudinem pendulorum H I, H k, vt pro rectis habeantur, puta portionis minimæ, & proinde æquales rectis A B, C D: ſit Z quadratum diuturnitatis E, & V, diuturnitatis F, & ſint X Y diuturtates vibrationum P Q, R S.

Quoniam

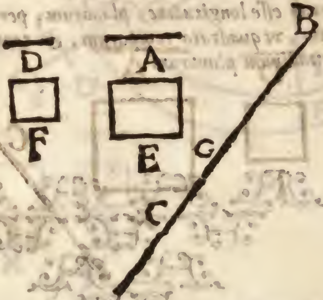
Quoniam diuturnitates X, Y, ſunt æquales diuturnitatibus E, F, [a] *ſunt etiam Z, V, quadrata ipſarum X, Y* [b]; *& quia vibrationes integræ pendulorum H I, H K ſunt inter ſe, vt quadratum V, ad quadratum Z* [c], *portiones R S, T Q erunt etiam inter ſe vt quadratum V ad quadratum Z* [d]; *ſed R S, T Q æquantur rectis C D, A B* [e], *ergo, & C D, A B ſunt vt quadratum V. ad quadratum Z* [f], *& proinde, in duplicata ratione ipſarum E F. Quod, &c.*

a Per 6. petit.
b Per 1. pron.
c Per 3. huius.
d Per pr. per.
e Per 5. petit.
f Per 2. pron.

Corolarium.

Hinc patet eſſe longitudines planorum, per quæ grauia feruntur, vt quadrata temporum, & tempora vt radices longitudinum planorum.

Dato plano inclinato, ſuper quo per ſpatium datum graue moueatur in nota diuturnitate; determinare in eodem plano ſpatium, per quod dictum graue moueatur in quauis alia diuturnitate data.



Sit A diuturnitas grauis B, dum deſcendit in C ſuper plano inclinato B C, & data diuturnitas D.

Præſcribendum eſt aliud ſpatium in eodem plano B C, per quod idem graue pertranſeat in diuturnitate D.

Fiant E, F, quadrata temporum A, D, & ut F ad E fiat B G ad B C, Dico B G eſſe ſpatium quæſitum.

Quoniam B C, & B G ſunt in duplicata ratione datorum temporum A, D per conſtructionem, per ipſa cadet graue B diuturnitatibus A, D Datis a; ergo reperta eſt B G quæſita. Quod faciendum erat.

a Per. 6. huius

Dato plano inclinato, ſuper quo per ſpatium datum graue moueatur nota diuturnitate; & dato alio ſpatio quocumque; reperire diuturnitatem, qua graue per ipſum deſcendat.



SIt A diuturnitas grauis B, dum deſcendit in C ſuper plano inclinato B C, & dato alio ſpatio B G.

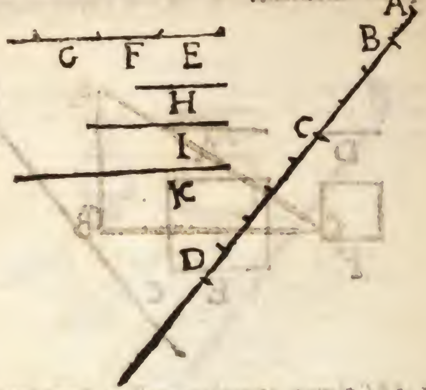
Querendum quanta ſit diuturnitas grauis in B G.

Fiat E quadratum diuturnitatis A, & vt B C ad B G fiat vt quadratum E ad quadratum F, cuius radix D erit diuturnitas ipſius B G quæſita.

Quoniam B C, & B G ſunt in duplicata ratione diuturnitatum A, D per conſtructionem; per ipſa cadunt grauia diuturnitatibus A, D a, vnde D eſt diuturnitas per ſpatium B G quæſita. Quod faciendum erat.

a Per 7. huius.

Grauia deſcendunt ſuper palnis inclinatis per ſpatiā ſemper maiora, iuxta rationem, quam habent impares numeri ſucceſſiuè inter ſe.



SIt graue A, quod deſcendat ſuper plano A B C inclinato, & tempus quo deſcendit ab A in B ſit æquale tempori, quo deſcendit a B in C, & a C in D.

Dico quod lineæ A B, B C, C D ſunt inter ſe vt 1. 3. 5. & ſic deinceps.

Sit E numerus menſurans tempus, quo A deſcendit in B, & F quo deſcendit a B in C, & G quo deſcendit a C in D, quæ tempora ſunt ex ſuppoſitione æqualia, & ſit H quadratū ipſius E, & I quadratum E F, & K quadratum totius E F G.

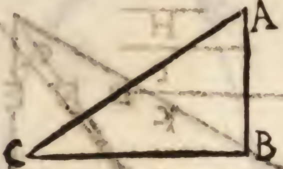
Quoniam quadrata H I K ſunt vt A B, A C, A D a, quæ quadrata ſunt vt 1. 4. 9. ſunt pariter A B, A C, A D, vt 1. 4. 9. & diuidendo A B, B C, C D, ſunt vt 1. 3. 5. & ſic deinceps. Quod probandum erat.

a Per 7. huius.

Si

PROPOSITIO XI.

Si Duo grauia deſcendant alterum ſuper linea perpendiculari, alterum vero ſuper inclinata; proportio velocitatum eſt reciproca proportioni linearum.



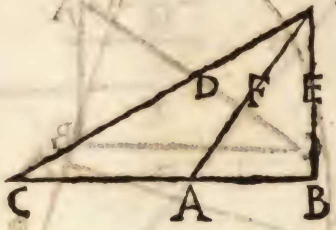
Sit ABC planum normaliter erectum ſuper lineam orizontalem BC, cuius latus AB ſit perpendiculare, & AC, inclinatum.

Dico quod proportio velocitatum ſolidorum grauium motorum ſecundum lineam AB perpendicularem, & AC inclinatam, eſt vt proportio longitudinis inclinatæ AC ad longitudinem perpendicularis AB; videlicet ita eſt longitudo AB ad longitudinem AC, vt velocitas ſuper AC ad velocitatem in AB.

Quoniam eſt vt AC ad AB, ita momentum in AB, ad momentum in AC a; & vt momentum in AB ad momentum in AC, ita velocitas in AB ad velocitatem in AC b; ergo eſt etiã vt AC ad AB, ita velocitas in AB ad velocitatem in AC. Quod fuit probandum. a Per 4. ſuppo. b Per 2. pet.

Grauia

Grauia deſcendunt ſuper plana diuerſe inclinata tali proportione, vt ſit velocitas ad velocitatem reciproca longitudinibus planorum ductorum ab eodem puncto, ad idem planum O[illegible]zontale.



Sint F, D, plana inclinata ducta ad idem planum orizontale.

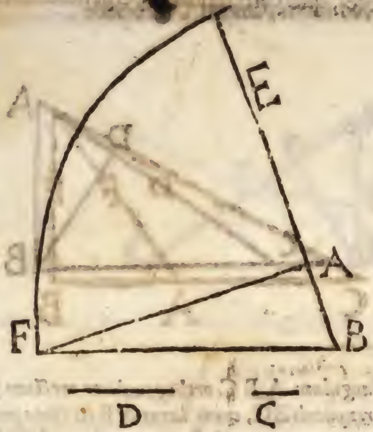
Dico eſſe vt planum D ad planum F, ita velocitatem grauis ducti ſuper F, ad velocitatem eiuſdem ducti ſuper D.

Ducatur perpendicularis E, & ſint B, A, C, velocitates grauium latorum ſuper perpendiculari, & ſuper planis F, D. Quoniam eſt A ad B, vt E ad F; item, & B ad C, vt D, ad E [a], erit A ad C vt D ad F [b], ſcilicet velocitas grauis ſuper F ad velocitatem grauis ſuper D, vt longitudo plani D ad longitudinem plani F. Quod fuit probandum.

a Per 11. huius.
b Per 23. Quinti.

Reperire

Reperire inclinationem plani, ſuper quo graue moueatur tali velocitate quæ cum alia ſuper diuerſa inclinatione ſit in ratione data.

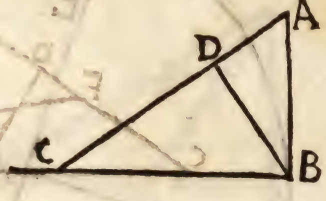


Moueatur graue A ſuper recta A B, ſeu perpendiculari, ſeu inclinata; & data ſit proportio C ad D. Oportet reperire aliud planum inclinatum, ita ut velocitas grauis moti ſuper A B ad velocitatem alterius moti ſuper illo reperiendo, ſit vt D ad C.

Producatur B A; & fiat vt C ad D ita B A, ad A E; & centro A, interuallo A E deſcribatur circulus, ſecans B F in F, ni ſecet, problema inſolubile eſt: ſi ſecat, ducatur A F, quam dico eſſe planum quæſitum.

Quoniam vt C ad D, ita A B ad A E, ſeu A F per conſtructionem, erit C velocitas ſuper A F, & D ſuper A B a*, vnde velocitates ſuper ipſis ſunt in ratione data. Quod faciendum fuit* (a Per 12. huius.)

Data linea perpendiculari, per quam graue deſcendat, cui annectatur linea, ſeu planum declinans; in declinante reperire punctum, quo graue perueniat eo tempore, quo pertranſiuerit perpendicularem.



Sit triangulum A B C *orthogonaliter erectum ſuper plano orizontali* B C, *cuius latus* A B *ſit linea perpendicularis, per quam graue deſcendat, & latus* A C *ſit planum inclinatum.*

Oportet in linea A C *reperire punctum quo graue perueniat eodem tempore, quo in* B.

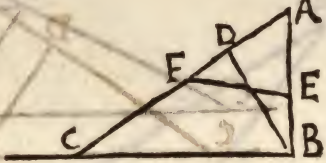
Fiat vt A C *ad* A B, *ita* A B *ad tertiam* A D, *&* D *erit punctum quæſitum.*

Quoniam vt A C *ad* A D, *ita quadratum* A C *ad quadratum* A B a, *& vt* A C *ad* A D, *ita quadratum temporis* A C *ad quadratum temporis* A D b, *ergo vt quadratum* A C *ad quadratum* A B, *ita quadratum temporis* A C *ad quadratum temporis* A D c, *ergo vt* A C *ad* A B, *ita tempus* A C *ad tempus* A D d, *ſed vt* A C *ad* A B, *ita tempus* A C *ad tempus* A B e, *ergo tempus* A B *eſt æquale tempori* A D *Quod &c.*

a Per 19. Sexti.
b Per cor. 7. huius
c Per 11. Quinti.
d Per 22. Sexti.
e Per 11 huius.

Linea

Linea connectens puncta, ad quæ duo grauia ab eodem puncto digreſſa, quorum alterum perpendenter, alterum ſuper plano declinante deſcendat, ſimul perueniunt; eſt perpendicularis dicto plano declinanti.



Deſcendant ſimul duo grauia a puncto A *primum perpendiculariter in* B, *ſecundum ſuper plano inclinato* A C *tali lege, vt ſimul perueniant ad puncta* B D, *& ducta ſit linea* B D.

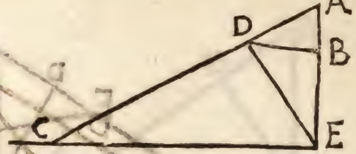
Dico quod dicta linea B D *eſt perpendicularis ad* A D.

Fiat A F *æqualis datæ* A B, *&* A E *æqualis* A D, *& ducatur* E F.

Quoniam vt A D *ad* A B, *ita* A B *ad* A C [a], *&* A D, A E, *item* A B, A F *ſunt æquales per conſtructionem, ſequitur quod* A E *ad* A F *eſt vt* A B *ad* A C, *ergo* E F, B C *ſunt parallelæ* [b], *vnde triangulum* A E F, *& proinde,* A B D *eſt ſimile triangulo* A B C [c], *vnde anguli* A B C, A D B *ſimul recti, &* B D *perpendicularis ad* A D *Quod: &c.*

a Per 13. huius.
b Per 2. Sexti.
c Per 4. Sexti.

Data linea perpandiculari; & plano declinante; reperire in perpendiculari producta punctum, quo perueniat graue eo tempore, quo pertranſit planum inclinatum.



D*Ata ſit perpendicularis A B, cui connexum planum inclinatum A D.*

Oportet in A B producta reperire punctum, quo perueniat graue eo tempore, quo peruenit in puncto D.

In puncto D perpendicularis erigatur ad A D, & protrahatur vſquequo cocat cum A B producta in E, & E eſt punctum quæſitum.

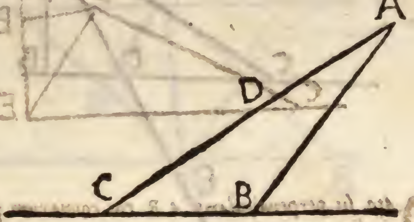
Quoniam triangula & A D E, A E C ſunt æquiangula, cum anguli A D E, *A E C ſint æquales, nempe recti, & B A D Communis* [a], *ſunt etiam ſimilia* [b], *ergo vt A C ad A E, ita A E ad A D* [c], *ſed vt A C ad A D, ita quadratum A C ad quadratum A E* [d], *& vt A C ad A D, ita quadratum temporis A C ad quadratum temporis* A D [e], *ergo vt quadratum* A C *ad quadratum* A E *ita quadratum temporis* A C *ad quadratum, temporis* A D [f], *ergo vt* A C *ad* A E, *ita tempus* A C *ad tempus* A D [g], *ſed vt* A C *ad* A E, *ita tempus* A C, *ad tempus* A E [h], *ergo tempora* A E, *&* A D *ſunt æqualia. Quod &c.*

a Per 32. Primi.
b Per 4. Sexti.
c Per 4. Sexti.
d Per 19. Sexti.
e Per Cor. 7. huius.
f Per 11. Quinti.
g Per 22. sexti
h Per 11. huius.

Dato

PROPOSITIO XVII. PROBL. IX.

Dato plano declinante, ſuper quo graue deſcendat, & dato alio plano minus declinante, in hoc reperire punctum, quo perueniat mobile eo tempore, quo pertranſit dictum planum magis declinans.



Sint plana AB, AC quorum AC minus inclinatum. Oportet in AC reperire punctum, quo graue perueniat, quando peruenit in B.

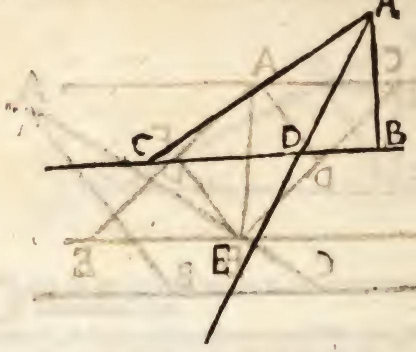
Fiat vt AC ad AB ita AB ad AD, & dico D eſſe punctum quæſitum.

Quoniam vt AC ad AD ita eſt quadratum AC ad quadratum AB [a], & vt AC ad AD ita quadratum temporis AC ad quadratum temporis AD [b], ergo vt quadratum AC ad quadratum AB, ita quadratum temporis AC ad quadratum temporis AD. Vnde AC ad AB vt tempus AC ad tempus AD [d], ſed vt AC ad AB, ita tempus AC ad tempus AB [e], ergo tempora AB, AD, ſunt æqualia. Quod, &c.

a Per 19. Sexti.
b Per Cor. 7 huius.
c Per 11. Quinti.
d Per 22. Sexti.
e Per 13. huius.

Datis

Datis planis declinantibus ortis ab eodem puncto; reperire in magis declinante punctum quo graue perueniat eo tempore, quo pertranſit planum minus declinans.



Datum ſit planum minus declinans *A C*, & magis *A D*, terminantia ſuper plano orizontali *B D*. Oportet in *A D* producta reperire punctum, quo perueniat graue eo tempore, quo pertranſiuit planum minus declinans *A C*,

Fiat vt A D ad A C ita A C ad dictam A D productam in E, quod eſt punctum quæſitum.

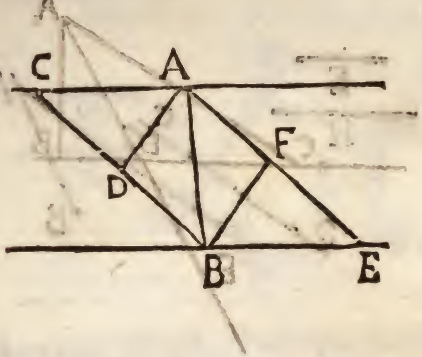
Quoniam vt A E ad A D ita eſt quadratum A C ad quadratum A D[a]*; ſed A E ad A D eſt vt quadratum temporis A E, ad quadratum temporis A D*[b]*, ergo vt quadratum A C ad quadratum A D, ita quadratum temporis A E ad quadratum temporis A D*[c]*, vnde A C ad A D vt tempus A E ad tempus A D*[d]*; ſed A C ad A D eſt vt tempus A C ad tempus A D*[e]*, ergo tempora A E, A C ſunt æqualia. Quod &c.*

a Per 19. Sexti.
b Per Cor 7. huius.
c Per 11. Quinti.
d Per 22. Sexti.
e Per 11. huius.

Dato

PROPOSITIO XIX. PROBL. XI.

Dato motu naturali grauis quomodocumque ad punctum datum, reperire ſeu in perpendiculari, ſeu in plano quomodolibet inclinato punctum, à quo digreſſum perueniat ad idem punctum quo prius tempore æquali.



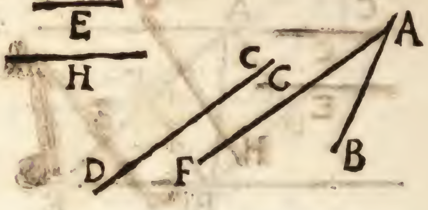
Sit AB linea quomodocumque aut perpendicularis, ſeu planum inclinatum, ſuper qua graue deſcendat in B. & data ſit quæcumque linea BC, aut perpendicularis, aut quomodolibet inclinata, quæ cum AB coeat in B.

Oportet in BC reperire punctum, a quo graue digreſſum perueniat in B tempore quo peruenit ab A in idem B.

Ducatur AC orizontalis, & fiat BD tertia proportionalis ad CB, AB a, & D eſt punctũ quęſitũ. Quod vt probetur a Per 11.
Fiat iterum rectę AC parallela, & æqualis BE & ducta Sexti.
EA ſecetur recta BF parallela ipſi AD. b Per 33.
Primi.
Quoniam AF, BD ſint pariter inclinatæ, & æquales b, grauia per ipſa æquali tempore mouentur c, ergo æquali tempore vt per AB d, Quod, &c c Per 3 pronun.
d Per pr. pron.

Datis

Datis duobus planis diuerſe inclinatis longitudinis notæ; & nota diuturnitate grauis moti ſuper vno, reperire diuturnitatem ſi moueatur ſuper alio.



S Int plana AB, CD inclinata, & ſit data diuturnitas E plani AB

Oportet reperire diuturnitatem plani, CD.

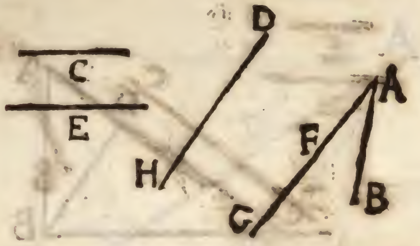
Fiat AF parallela, & æqualis datæ CD, in qua reperiatur a Per 17. huius. *punctum G quo perueniat graue tempore quo in B a vnde E eſt etiam diuturnitas ſpatij AG, quo dato, & ſpatio AF perquiratur eius diuturnitas, quæ ſit H b, & dico* b Per 9. huius. *H eſſe diuturnitatem qua graue deſcendit in CD.*

Quoniam E, H ſunt diuturnitates grauium deſcendentium in AG, ſeu AB, & AF per conſtructionem, & AF eſt æqualis, & parallela datæ CD per conſtructionem, ſunt etiam E, H diuturnitates ipſarum AB, & CD c, vnde c Per 3. pron. *reperta eſt diuturnitas ipſius CD. Quod &c.*

Datis

PROPOSITIO XXI. PROBL. XIII.

Datis duabus diuturnitatibus, quarum prior ſit grauis moti ſuper plano dato longitudinis notæ, & dato alio plano diuerſimode declinante; reperiendum eſt in eo punctum, quo graue perueniat in ſecunda diuturnitate data.



Dato plano declinante AB, ſuper quo graue A moueatur diuturnitate C, & dato alio plano D declinationis quæ ſit diſſimilis declinationi datæ AB; data itidem diuturnitate E.

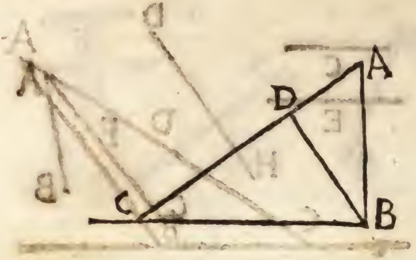
Oportet reperire in D punctum quo graue perueniat in diuturnitate E.

Ducatur AF parallela ipſi D, in eaque reperiatur punctum F, quo graue perueniat tempore quo in B [a], & præſcribatur in eadem ſpatium AG per quod moueatur in diuturnitate E [b], & fiat DH æqualis ipſi AG, & dico H eſſe punctum quæſitum.

a. Per 17. huius.
b Per 8. huius.

Quoniam diuturnitates in AB, AF ſunt æquales per conſtructionem, & C, E ſunt diuturnitates ſuper planis AF, AG per conſtructionem, ſunt etiam diuturnitates ſuper AB, AG, & proinde ſuper DH ipſi AG æquali, & parallelæ. Quod, &c.

Si duo grauia deſcendunt alterum quidem perpendicu-
lariter, alterum vero ſuper plano declinante, perue-
niunt ad idem planum Orizontale tali ratione, vt ſit
eadem proportio inter diuturnitates eorum, quæ in-
ter perpendicularem, & declinantem.



*S*It linea *A B* perpendiculariter erecta ſuper plano ori-
zontali *B C*, & *A C* planum declinans.

Dico quod diuturnitates grauium deſcendentium per A B, & per A C ſunt vt A B ad A C

Ducatur B D normalis ad A C.

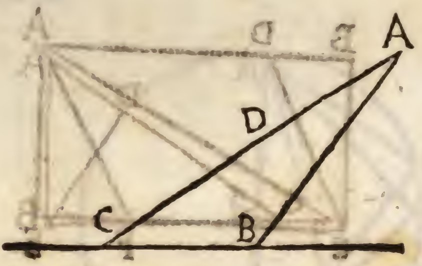
a Per cor. 7. huius. b Per 13. huius. c Per 2. prop. d Per 19. Sexti. e Per 22. Quinti. f Per 24. Sexti.

Quoniam eſt vt A D ad A C ita quadratum temporis A D ad quadratum temporis A C [a] & tempora A D, & A B ſunt æqualia [b], & proinde eorum quadrata [c], ergo vt A D, ad A C ita quadratum temporis A B ad quadratum temporis A C, ſed vt A D ad A C ita quadratum A B ad quadratum A C [d], ergo vt quadratum temporis A B ad quadratum temporis A C, ita quadratum A B ad quadratum A C [e], ſed quia latera ſunt inter ſe vt eorum quadrata [f] eſt vt A B ad A C ita tempus A B ad tempus A C. Quod, &c.

Dico

PROPOSITIO XXIII.

Duo grauia deſcendentia ſuper planis diuerſa ratione declinantibus, perueniunt ad idem planum orizontale ea ratione, vt ſit eadem proportio inter diuturnitates, quæ inter dicta plana ſi ab eodem puncto ad idem planum orizontale producta ſint.



DAtis planis AB, AC declinantibus, ductis ab eodem puncto A ad planum orizontale BC.

Dico quod diuturnitates grauium deſcendentium per AB, AC ſunt vt AB ad AC.

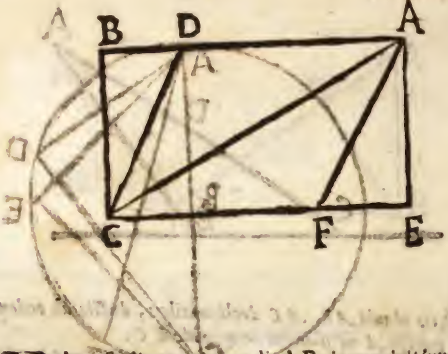
Fiat vt AC ad AB ita AB ad AD, ita vt graue perueniat in D eodem tempore quo peruenit in B.[a]

Quoniam eſt vt AD ad AC, ita quadratum temporis AD ad quadratum temporis AC[b]*, & tempora AD, AB ſunt æqualia*[c]*, & proinde eorum quadrata; ergo vt AD ad AC ita quadratum temporis AB, ad quadratum temporis AC*[d]*, ſed vt AD ad AC, ita quadratum AB ad quadratum AC*[e]*, ergo vt quadratum temporis AB ad quadratum temporis AC, ita quadratum AB ad quadratum AC, ergo vt tempus AB ad tempus AC ita AB ad AC*[f]*. Quod fuit probandum.*

a Per 13. huius.
b Per Cor 7. huius.
c Per 17. huius.
d Per 2. pronun.
e Per 19. Sexti.
f Per 22. Sexti.

PROPOSITIO XXIV.

Datis planis, & perpendiculari ab eadem linea orizontali egreſſis, quæ coeant infra in eodem puncto, grauia ſuper ipſis mota procedunt ea ratione, vt ſit eadem proportio inter diuturnitates, quæ inter longitudines planorum, & dictam perpendicularem.



Ata ſit linea orizontalis AB, *in qua initium ſumant plana declinantia* AC, DC, *nec non perpendicularis* BC *coeuntia in puncto* C.

Dico quod diuturnitates grauium ſuper ipſis motorum, ſint vt AC, DC, BC.

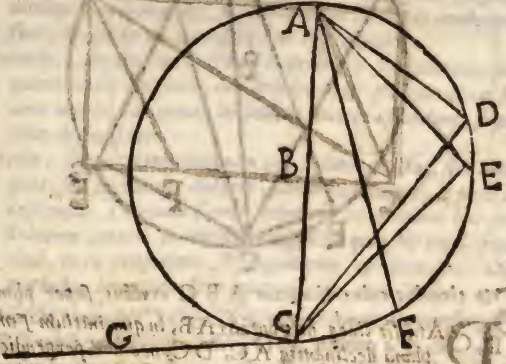
Ducatur CE *parallela ipſi* AB, *& a puncto* A *ducantur parallelæ ipſis* CB, CD, *& ſint* AE, AF.

Quoniam diuturnitates ſuper planis AF, AC, *ſunt, vt* AF, AC a, *& ſuper planis eiſdem, & perpendiculari* AE *ſunt vt* AF, *ſeu* AC *ad* AE b, *&* AE, AF *ſunt parallelæ ipſis* CD, CB, *& eiſdem æquales*, c, *ſequitur quod etiam ſuper* AC, DC, BC *diuturnitates ſint iuxta proportiones longitudinum* d, *Quod probandum fuit.*

a Per 23. huius.
b Per 11. huius.
c Per 33. Primi.
d Per 3. pronon.

In

In circulo Orthogonaliter erecto, ſi a ſummitate ad puncta peripheriæ ducantur plana, quo tempore graue perpendiculariter inde peruenit ad planum orizontale; ſi deſcendat per dicta plana eodem perueniet reſpectiuè ad quodlibet dictorum punctorum peripheriæ.



SIt circulus cuius centrum B, & diameter AC erectus ſuper plano orizontali GC, & in eo ducta ſint plana declinantia a puncto A ad puncta peripherie DEF, & deſcendant grauia ſuper dicta plana, & perpendiculariter.

Dico quod eodem tempore peruenient ad, D, E, F, C.

Ducantur DC, EC, FC.

Quoniam puncta prædicta ſunt ea, in quæ cadunt perpendicularia ducta a puncto C in AD, AE, AF a, eo perueniunt grauia eodemtempore quo in C b. Quod probandum fuit.

a Per 30. Tertij.

b Per 16. huius.

[illegible]

ad puncta peripheriæ, & a dictis punctis deſcendant grauia ſuper dicta plana eodē tēpore quo à puncto ſupremo deſcendit aliud graue perpēdiculariter, peruenient omnia eodē inſtanti ad dictū punctum inferius.



Sit circulus cuius diameter A B C erectus ſuper plano orizontali, quod tangat in C, & a C ducantur plana C D, C E, & a punctis, E, D grauia deſcendant ſuper dicta plana, nec nō, & a puncto ſupremo A perpendiculariter. Dico quod eodem tempore perueniunt in C.

A puncto A ducātur A F, A G parallelæ ipſis C E, C D, & ducantur A E, F C.

Quoniam in triangulis A E C, A F C anguli alterni F A C,
a Per 29. Primi. A C E ſunt æquales, a, & anguli A F C, A E C ſunt etiā
b Per 30. Tertij. æquales putà recti b, & baſis A C communis, Triangula
c Per 26. Primi. ſunt æqualia c, & proinde A F eſt æqualis C E, quod idē probabitur de reliquis, ergo cum A F, C E, & reliqua ſint parallela, & æquales, grauia per C E, C D peruenient in C eodem tempore, quo digreſſa ab A perueniunt
d Per 25. huius. ad puncta F G, ſed hæc eodē tempore quo perpendicularis peruenit in C d, ergo etiā ea quæ per CE, CD. Quod, &c.

POSTVLATVM VII.

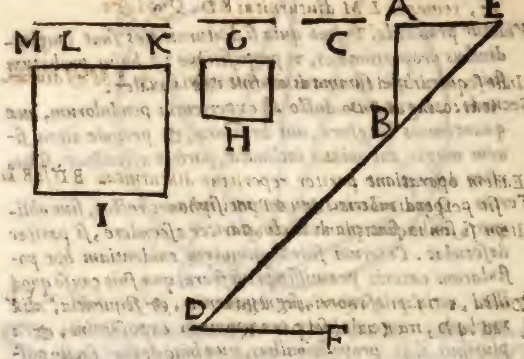
DVctis planis inclinatis, & linea perpendiculari inter binas parallelas orizontales, Grauia ſuper illis mota vbi peruenerint ad parallelum inferiorem habent æquales velocitatis gradus; & proinde ſi ab inde infra ſortiantur parem inclinationem, ęqueuelociter mouentur.

Videtur probabile. Primo quia ſi diuturnitates ſunt longitudinibus proportionales, vt propoſitione 22 huius probatum fuit, credibile eſt motus in fine eſſe æquales.

Secundo. Argumento ducto ab experientia pendulorum, quæ quantumuis longiora, aut breuiora, & proinde circa finem magis, aut minus inclinata, pariter aſcendunt, ſi pariter deſcendant.

Tertio. Quia videmus aquam per ſiphones rectos, ſiue obliquos, ſeu inclinatos ductam, pariter aſcendere, ſi pariter deſcendat. Ceterum fateor minorem euidentiam hoc poſtulatum cæteris præmiſſis præſeferre, quæ fuit cauſa quod illud, vt in præfatione, ſegregauerim, & ſequentia, alia methodo, tangendo fere tantummodo expoſuerim, & a pluribus aliis propoſitionibus, quæ hinc deduci facile poſſent, data opera abſtinuerim.

Dato graui moto perpendiculariter per ſpatium datum diuturnitate data, quod perficiat motum ſuper plano inclinato per ſpatium itidem datum; perquirere in ipſo diuturnitatem.



Moueatur graue A perpendiculariter per ſpatium A B diuturnitate C, & perſeueret in motu ſuper ſpatio B D in plano inclinato B D.

Venanda eſt diuturnitas eius in ipſo B D.

Producatur D B donec concurrat cum A E orizontaliter ducta ab A in E, & fiat vt A B ad E B, ita diuturnitas C ad diuturnitatem G, quæ idcirco erit diuturnitas ipſius E B [a], *& ſit H quadratum diuturnitatis G, & fiat vt E B ad E D, ita quadratum H ad aliud quod ſit I a cuius latere K, quod eſt diuturnitas ipſius E D, ablata K L equali G, erit L M reliquum diuturnitas B D quæſita.*

a Per 22. huius.

Quoniam

Quoniam notum eſt triangulum A E B, cum notus ſit angulus A E B æqualis alterno E D F inclinationis notæ, & E A B rectus ex conſtructione, & notum latus A B, ex hypoteſi, notum erit etiam latus E B, & quia diuturnitas in plano B D eſt eadem ac ſi motus antecedens eſſet per E B, ᵇ E B, & E D ſunt in duplicata ratione diuturnitatum G, K ex conſtructione; vnde a K deducta K L æquali G ex conſtructione, remanet L M diuturnitas B D. Quod &c. b Per 7. poſt.

Inde ſequitur quòd ſumma diuturnitatum C, & L M eſt diuturnitas totius A B D.

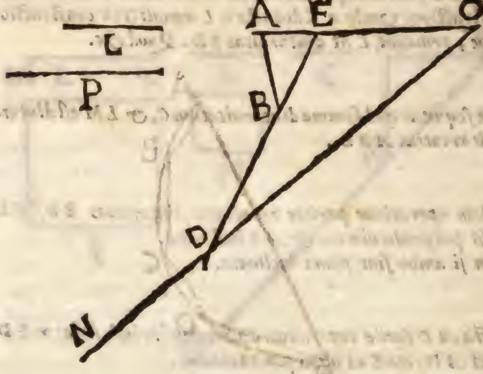
Eadem operatione pariter reperietur diuturnitas B D ſi B D ſit perpendicularis, & A B inclinata.

Item ſi ambo ſint plana inclinata.

Ducta A D facile reperietur diuturnitas in ipſa ſi fiat vt E D ad A D, ita K ad aliud per 2 baſibus.

Inde

Ducto alio plano puta D N, reperietur eius diuturnitas.



SI fiat vt ED ad OD ita diuturnitas ipſius ED puta L ad diuturnitatem O D, quæ ſit P, deinde vt OD ad O N ita quadratum diuturnitatis P ad aliud quadratum, cuis Radix erit diuturnitas ipſius D N.

Ex his patet quod ſi addantur plura plana eadem ratione reperientur eius diuturnitates.

Ex